

УДК 519.85 + 519.71
MSC2020 91.10 + 92.10

© Л. С. Маергойз¹

Модель оптимального управления источниками загрязнения мегаполиса

В связи с актуальной проблемой уменьшения влияния вредных выбросов на состояние атмосферы городской среды представлена модель оптимального управления режимом работы источников загрязнения атмосферы мегаполиса. Модель предлагает математический алгоритм «справедливого» распределения выбросов в период неблагоприятных метеоусловий (НМУ), наиболее привлекательный для улучшения качества состояния атмосферы. Конструкция алгоритма основана на разработанной ранее оптимизационной математической модели распределения ограниченного ресурса социально-экономического содержания между группами людей, находящихся в дифференцируемых условиях.

Ключевые слова: *оптимальное распределение вредных выбросов, алгоритм управления режимом работы источников, экстремальная задача.*

DOI: <https://doi.org/10.47910/FEMJ202407>

*Светлой памяти профессора
Рема Григорьевича Хлебопроса.*

Введение

Конференция ООН по окружающей среде и развитию (Рио-де-Жанейро, 3–14 июня 1992 года) по разделу «Охрана и укрепление здоровья человека» приняла программу: «Снижение рисков для здоровья, связанных с загрязнением и вредным воздействием окружающей среды». Ее цель, в частности, состоит в сведении вредного воздействия выбросов в городах к *минимуму*, особенно в крупных городах — мегаполисах, где много источников загрязнения, а также в поддержании качества атмосферы городской среды на таком уровне, чтобы не создавалась угроза здоровью [1]. В данной работе представлен математический подход к решению этой проблемы. Теоретический базис исследований заложен в [2, 3]. В [3] была предложена общая схема алгоритмов управления работой источников загрязнения мегаполиса, опирающаяся на разработанную в [2] оптимизационную математическую модель распределения

¹ Институт леса им. В. Н. Сукачева, ФИЦ "КНЦ СО РАН", 660036, г. Красноярск, ул. Академгородок, 50/28. Электронная почта: bear.lion@mail.ru

ограниченного ресурса социально-экономического содержания между группами людей, находящихся в дифференцируемых условиях. В ситуации, когда регулирование выбросов в атмосферу требует принятия безотлагательных решений, а именно в периоды действия НМУ, чтобы не допустить возникновения высокого уровня загрязнения, необходимо кратковременное сокращение выбросов вредных для здоровья веществ с учетом категории режима НМУ [4].

Объект исследования — группа источников мегаполиса, в состав выбросов которых входит одна и та же вредная для здоровья человека компонента (например, «пыль» или концентрация некоторого опасного для здоровья газа), но с различным уровнем содержания. Поэтому здоровье жителей из разных «зон контроля», источников в разной степени подвергается риску. В этой статье рассматривается оптимальный алгоритм «справедливого» распределения выбросов,¹ управляющей характеристикой которого является допустимый уровень количества выбросов в единицу времени в зоне контроля источника с наиболее опасными для здоровья жителей города отходами. Такой вариант управления режимом работы источников загрязнения представляется наиболее привлекательным для оздоровления состояния атмосферы города в период НМУ.

Основные результаты работы анонсированы в [5]. Для изложения новых результатов напомним ряд сведений из [3].

1. Необходимые экологические понятия

Рассмотрим абстрактный мегаполис с группой источников загрязнения, удовлетворяющей указанному во введении условию. О рельефе территории города, климатических, метеорологических ее особенностях информация отсутствует. Жилые микрорайоны, расположенные вблизи каждого источника загрязнения атмосферы города, образуют зону наибольшего риска, причиняемого здоровью вредными выбросами. *Санитарной зоной контроля источника* (сокращенно *зоной источника*) назовем часть микрорайонов из упомянутой зоны риска, выбранную по рекомендации экспертов, где состояние атмосферы подвержено минимальному влиянию других источников загрязнения. Состав воздуха в зоне источника является индикатором влияния источника на атмосферу городской среды. Предположим, что такие зоны существуют для всех источников группы, выбраны априори и не пересекаются.

Пусть для контроля за вредным влиянием источников измеряется совокупный объем (или вес) V выбросов в единицу времени в атмосферу части города, где расположены все зоны источников из рассматриваемой группы. Эта величина зависит от суммарной мощности источников загрязнения, погодных условий и других факторов. Важным аргументом определения параметра V является тот факт, что зоны источников представляют собой «ворота», через которые их выбросы попадают в атмосферу города. *Квотой вредных выбросов источника* назовем количество этих выбросов (в весовых или объемных единицах), попадающих в его зону за единицу

¹Под *оптимальным* распределением понимается выбор с помощью экстремального подхода математического алгоритма распределения, который имеет своеобразный оттенок нравственности и справедливости (сведение к минимуму социальной неудовлетворенности, компромисс и пр.).

времени (например, сутки). Если в период действия НМУ произвести распределение количества V выбросов между источниками путем разбиения на квоты таким образом, чтобы меньше было выбросов от самых «неблагополучных» источников с большой концентрацией вредных примесей, то это позволит улучшить состояние атмосферы города, сделать его более чистым экологически. Поэтому задача управления режимом работы группы источников загрязнения сводится к задаче распределения квот выбросов между ними.

2. Параметры модели управления работой источников

Пусть $N > 2$ — число источников загрязнения в группе. Введем нумерацию источников в направлении уменьшения вредности состава их выбросов для здоровья жителей зон этих источников. Т. е. номер 1 у источника с наиболее вредным для здоровья содержанием выбросов, а номер N — у источника с наиболее комфортным содержанием выбросов (*рейтинг источников*).

Разбиение на квоты означает разбиение на сумму величины V , характеризующей общее количество выбросов в единицу времени, попадающих во все зоны источников (см. п. 1):

$$V = \sum_{k=1}^N V_k \tag{1}$$

где V_k — количество выбросов для источника с номером k , попадающих в его зону за ту же единицу времени. При этом не используется какая-либо зависимость квот $\{V_k, k=1, 2, \dots, N\}$ от мощностей соответствующих источников в период НМУ.

По аналогии с [3] рассмотрим **параметры модели** распределения выбросами, полагая $k=1, 2, \dots, N$.

S_k — количество жителей, проживающих в зоне источника с номером k ; S — общее количество населения всех зон источников; $c = V/S$ — среднее количество (плотность) выбросов на душу населения всех зон; $c_k = V_k/S_k$ — плотность выбросов на душу населения для зоны с номером k ; $\lambda_k = c_k/c$ — безразмерная плотность выбросов на душу населения зоны с номером k .

Параметры модели удовлетворяют соотношениям (см. [2, гл. 1]):

$$\sum_{k=1}^N \lambda_k s_k = 1, \quad \sum_{k=1}^N s_k = 1; \tag{2}$$

$$V_k = \lambda_k s_k V, \quad k = 1, 2, \dots, N, \tag{3}$$

где $s_k = S_k/S$ — доля населения в зоне с номером k .

Наличие рейтинга источников означает, что здоровье жителей из разных зон источников в разной степени подвергается риску, т. е. они находятся в дифференцируемых условиях. Подобная ситуация возникала в задачах распределения между группами людей ограниченного ресурса социально-экономического содержания [2]. Для выполнения принципа «справедливого» распределения квот выбросов между источниками потребуем выполнения условия (см. [2, 3])

$$0 < c_1 < c_2 < \dots < c_N.$$

Тогда аналогичная система неравенств верна и для безразмерных плотностей выбросов (см. [4]):

$$0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_N. \quad (4)$$

Далее нам понадобится целевой квадратичный функционал

$$\Phi(\lambda) = \sum_{k=1}^{N-1} (\lambda_{k+1} - \lambda_k)^2 = \sum_{i=1}^{N-1} c^{-2} (c_{k+1} - c_k)^2, \quad (5)$$

принцип минимизации которого позволит свести к минимуму возможную неудовлетворенность жителей зон для смежных по рейтингу источников (см. [2, 3]).

3. Оптимальный вариант алгоритма управления режимом работы источников загрязнения в период НМУ

Зафиксируем по рекомендации экспертов города допустимый уровень V_1 выбросов в единицу времени в атмосферу части города, где расположена зона самого «опасного» источника с наибольшей концентрацией вредных примесей. В каждом городе значение величины V_1 может быть предложено специалистами после анализа состояния атмосферы в период НМУ. Величина V_1 определяет безразмерную плотность выбросов источника с номером 1 на душу населения зоны этого источника (см. (1), (3))

$$\lambda_1 = c_1/c = \gamma := \frac{V_1}{s_1 V}, \quad \lambda_1 = \gamma. \quad (6)$$

Здесь V — количество выбросов за единицу времени в атмосферу части города, где расположены все зоны источников (в период НМУ), s_1 — доля населения в зоне с номером 1.

Экстремальная задача A_1 . Найти значения параметров $\lambda_k = \lambda_k^*$, $k = 1, \dots, N$, удовлетворяющих системе неравенств (4), при которых достигается минимум функционала Φ (см. (5)), если выполняются соотношение (2) и «управляющее» условие (6).

В [2, гл. 1, с. 17] найден критерий существования и единственности решения более общей экстремальной задачи — задачи А. Она отличается от данной задачи только тем, что в ее формулировке равенство (6) заменяется на условие

$$\sum_{k=1}^N d_k \lambda_k = b, \quad (7)$$

где d_1, d_2, \dots, d_N, b — фиксированные числа такие, что система уравнений (2), (7) является совместной и состоит из неэквивалентных друг другу уравнений. Приведем вариант этого критерия для задачи A_1 .

Теорема 1. Пусть в обозначениях формулы (2)

$$P_j = \sum_{k=j+1}^N s_k, \quad j = 1, \dots, N-1, \quad \|P\|^2 = \sum_{j=1}^{N-1} P_j^2.$$

Решение задачи A_1 существует тогда и только тогда, когда выполняется условие (см. (6)) $\gamma < 1$. При этом функционал $\Phi(\lambda)$ (см. (5)) достигает минимума при следующих единственных значениях параметров $\lambda_1, \dots, \lambda_N$:

$$\lambda_1^* = \gamma; \quad \lambda_k^* = \lambda_{k-1}^* + (1 - \gamma) \frac{P_{k-1}}{\|P\|^2}, \quad k = 2, \dots, N. \quad (8)$$

Из тождества (2) и условия (4) заключаем: $\lambda_1 < 1$. Поэтому (см. (6)) $\gamma < 1$. Следовательно, требуемое в теореме 1 условие для существования и единственности решения задачи A_1 выполняется. Это позволяет, учитывая соотношение (3), сформулировать следующий алгоритм.

Алгоритм оптимального управления. В предыдущих обозначениях предельно допустимые квоты выбросов V_k , $k = 1, 2, \dots, N$, рекомендуемые для источников загрязнения в период НМУ, представляются равенствами

$$V_k = \lambda_k^* s_k V, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad V = \sum_{k=1}^N V_k,$$

где параметры $\{\lambda_k^*\}$ определяются формулой (8).

Заключение

С целью улучшения качества состояния атмосферы мегаполиса представлен новый, актуальный вариант оптимального управления режимом действия источников ее загрязнения, наиболее благоприятный для снижения вредного воздействия выбросов на здоровье жителей города в период НМУ.

Список литературы

- [1] “Конвенции и соглашения”, https://www.un.org/ru/documents/decl_conv/conventions/agenda21_ch6e.shtml.
- [2] Маергойз Л. С., Хлебопрос Р. Г., *Индикатор «счастья» в ресурсной экономике: экстремальный подход*, Изд-во СО РАН, Новосибирск, 2020.
- [3] Маергойз Л. С., “Математический способ распределения квот вредных выбросов между их источниками в мегаполисе”, *Сиб. журн. индустр. математики*, **24**:2, (2021), 109–115.
- [4] “Неблагоприятные метеорологические условия”, <https://odin.ru/main/static.asp?id=1494>.
- [5] Маергойз Л. С., “Модель оптимального управления режимов работы источников загрязнения атмосферы мегаполиса”, *Сборник материалов докладов II Международного семинара «Вычислительные технологии и прикладная математика» (12–16 июня 2023 г.)*, Амурский гос. университет, Благовещенск, 2023, 127–129.

Поступила в редакцию
1 августа 2023 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ФИЦ «КНЦ СО РАН» (проект № 122022600013-5).

*Maergoiz L. S.*¹ Model for optimal control the activity mode of the pollution sources located in a megacity. *Far Eastern Mathematical Journal*. 2024. V. 24. No 1. P. 67–72.

¹Sukachev Institute of Forest, Federal Research Center “Krasnoyarsk Scientific Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences”, Russia

ABSTRACT

In connection with the topical problem of creating comfortable atmosphere in urban habitat, we present a model for optimal control the activity mode of the pollution sources located in a megacity. The model suggest a mathematical algorithm for “equitable” allocation of quotas of harmful emissions during unfavourable weather conditions which is the best for creating comfortable atmosphere. Its construction is based on some recently developed optimization mathematical model of distribution of limited resources between differentiated groups of people.

Key words: optimal distribution of the harmful emissions, algorithm for control the activity mode of the pollution sources, extremal problem.