

УДК 539.3
MSC2020 74A50

© А. А. Гриценко¹, К. А. Чехонин¹

Численное моделирование остаточных напряжений в формируемом металлическом слое с использованием подвижного лазерного источника энергии

Рассматривается быстропротекающий трехмерный процесс консолидации слоя металла, сформированного с использованием аддитивной лазерной технологии. В основу математической модели положены уравнения равновесия с вязкоупругопластической реологической моделью и уравнение энергии с учетом диффузионных, конвективных и радиационных потерь. Численное решение задачи производится методом конечных элементов с использованием адаптационного алгоритма построения сеточной области в функции от градиента температуры в несвязанной постановке с решением дискретных уравнений нестационарной теплопроводности и термомеханики. Алгоритм учитывает движение источника тепла с заданной скоростью путем применения технологии «исключения» и последующего «возрождения» части материала. Непрерывное наращивание материала производится дискретно, на каждом шаге расчета, соответствующем «возрождению» очередной подобласти из «исключенных» элементов. Проводится верификация и валидация численного алгоритма. Показано влияние последовательной стратегии наращивания пяти слоев металла на распределение эффективных напряжений.

Ключевые слова: *метод конечных элементов, лазерные аддитивные технологии, затвердевание металла, вязкоупругопластичность, остаточные напряжения.*

DOI: <https://doi.org/10.47910/FEMJ202403>

Введение

Моделирование термомеханических процессов при затвердевании металла в процессе производства изделий по технологии лазерного наращивания слоев имеет важ-

¹ Хабаровское отделение Института прикладной математики ДВО РАН, 680030, г. Хабаровск, ул. Серышева, 60
Электронная почта: San-sanichick@yandex.ru (А. А. Гриценко), lex7861@rambler.ru (К. А. Чехонин).

ное значение для различных отраслей, таких как космическая, автомобильная, медицинская. При затвердевании в металле протекают сложнейшие физические, диффузионные, химические, металлургические и структурные процессы.

Процесс фазового перехода в материале определяет уровень и эволюцию возникающих технологических напряжений и сопровождается большими градиентами температур (до $14^\circ\text{C}/\text{мкм}$). Превышение технологическими напряжениями предела набранной прочности материала может привести к образованию микротрещин, вплоть до образования магистральных трещин. Скорость охлаждения ($(10^3 - 10^6)^\circ\text{C}/\text{сек}$) определяет микроструктуру материала, а следовательно, и прочностные свойства произведенного изделия.

Следует отметить, что фазовый переход в металлах представляет собой сильный релаксационный процесс. Считается, что в отверждаемом металле вязкоупругие свойства преобладают на интервале $\Delta T = T_m - 0,8T_m$ в окрестности температуры плавления T_m . В дальнейшем, в процессе охлаждения материала и его структурных изменений, отверждаемый материал представляется как упругопластический, с зависящими от температуры физико-механическими свойствами. С механической точки зрения рассматриваемая задача относится к механике растущих тел [1, 2].

В этих условиях аналитическое решение рассматриваемых краевых задач удается получить в крайне упрощенных постановках [2–10], а экспериментальные исследования затратны и малоинформативны. Поэтому одним из эффективных инструментов исследования подобного класса краевых задач является численное моделирование.

В работе [4] исследуется численное решение задачи о наращивании слоя в упругой постановке с использованием метода конечных разностей. Показано, что продольные остаточные напряжения, возникающие в охлажденном металлическом слое, в два раза превышают поперечные.

В работах [6–9] рассматривается процесс отверждения вязкоупругого материала с использованием метода конечных элементов. В рамках двухкомпонентной среды на основе феноменологического подхода разработана система определяющих уравнений, описывающих термомеханическое поведение материала в условиях затвердевания. Модель предназначена для описания напряженно-деформированного состояния в температурном диапазоне, охватывающем интервалы реализации фазовых и релаксационных переходов при конечных деформациях. Основные уравнения термомеханохимии оказываются связанными со взаимным влиянием напряженно-деформированного состояния отверждаемого материала и кинетики отверждения. В настоящей работе развивается подход, предложенный в работах [6–9] применительно к описанию напряженно-деформированного состояния изделия при использовании лазерных технологий наращивания слоя металла.

1. Постановка задачи

Рассмотрим процесс затвердевания слоя металла, формируемого с использованием лазерных аддитивных технологий, приведенный на рис. 1.

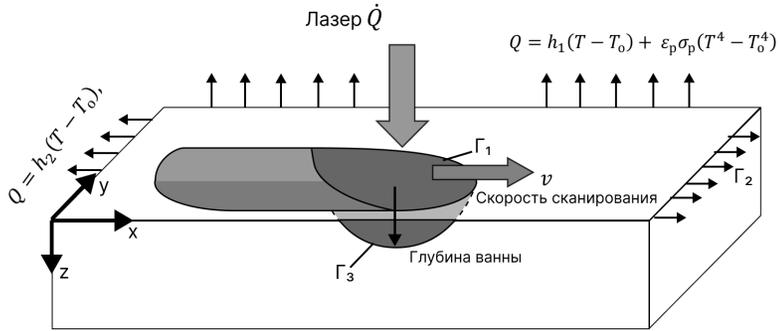


Рис. 1. Расчетная область.

Считаем, что гидродинамические процессы в ванне расплава и напряженно-деформированное состояние затвердевающего слоя оказывают слабое влияние на размеры наплавленного слоя и на распределение температуры в расчетной области. Особенности технологии наращивания слоя (селективная, подача материала струей инертного газа и т. д.) учитываются путем аналитических выражений объемной подачи материала в область наращивания [10]. Лазерный луч с эффективным радиусом R_0 сканирует поверхность подложки с постоянной известной скоростью v .

С учетом сделанных предположений уравнение энергии принимает вид

$$\rho \frac{\partial H}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \dot{Q} \delta, \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = -k \nabla T,$$

$$H(T) = \int_{T_0}^T c_p(s) ds + L(T), \quad (2)$$

где ρ — плотность, c_p — удельная теплоемкость, $k = k(T)$ — коэффициент теплопроводности, \dot{Q} — объемный источник энергии лазерного излучения, T — температура, T_0 — начальная температура, H — энтальпия, $L(T)$ — латентное тепло, δ — дельта-функция.

При моделировании практически важных задач источник лазерного излучения, как правило, представляется объемным с покоординатным распределением интенсивности лазерного излучения по Гауссу. Кроме того, приходится учитывать нелинейные краевые условия уравнения (1), обусловленные конвективным и радиационным теплообменом с экранирующим газом. Для подобного рода задач с уравнением (1) возможно только численное решение.

В настоящей работе источник тепла представляется в виде $\dot{Q} = (A\dot{P})/V_v$, а потери тепла на границе Γ_1 (рис. 1) обусловлены конвективным теплообменом с окружающей средой и радиационным излучением

$$\mathbf{Q} = (h_1(T - T_0) + \varepsilon_p \sigma_p (T^4 - T_0^4)) \mathbf{n},$$

где h_1 — коэффициент теплоотдачи, T_o — температура экранизирующего газа, ε_p — эмиссия излучения, σ_p — постоянная Стефана–Больцмана, P — мощность лазера, A — коэффициент абсорбции материалом лазерного излучения, V_B — объем ванны расплава, \mathbf{n} — внешняя нормаль к границе.

Потери тепла на границе Γ_2 (рис. 1) определяем вследствие теплообмена с окружающей средой с коэффициентом теплоотдачи h_2

$$\mathbf{Q} = h_2 (T - T_o) \mathbf{n}.$$

На границе Γ_3 (рис. 1), определяемой по температуре плавления, устанавливаем скачок теплового потока, обусловленный наличием латентного тепла (2).

2. Определяющие соотношения

Считаем, что все физико-механические параметры материала (модуль сдвига, объемный модуль, предел текучести, вязкость и т. д.) определяющие его упругие, вязкие и пластические свойства, зависят от фазового состояния и температуры.

По аналогии с [9] уравнение равновесия представляем в смешанной постановке

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

с условием связи

$$\nabla \cdot \mathbf{u} - \varepsilon^o - \frac{p}{K} = 0, \tag{3}$$

где $K = K(T)$ — объемный модуль упругости при одноосном сжатии, \mathbf{u} — вектор перемещений, $p = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$ — гидростатическое давление, $\boldsymbol{\sigma} = p\mathbf{I} + \mathbf{s}(\mathbf{u})$ — полный тензор напряжений, $\mathbf{s} = \text{dev}(\boldsymbol{\sigma})$, \mathbf{b} — вектор объемных сил, \mathbf{I} — метрический тензор.

В рамках теории малых деформаций тензор полной скорости деформации $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ аддитивно раскладывается

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^y + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^n + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^o,$$

где $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^y$ — упругая часть, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^n$ — неупругая часть, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^o = \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}^o \mathbf{I}$ — тензор скорости объемных деформаций.

Объемные деформации в (3) включают в себя деформации теплового расширения и структурной усадки [11, 12]

$$\begin{aligned} \varepsilon^o(T, f_s) &= \varepsilon^t(T) + \varepsilon^c(f_s), \\ \varepsilon^t(T) &= \alpha(T)(T - T_0), \\ \varepsilon^c(f_s) &= \frac{\Delta V_c}{V_0} f_s = \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_s}, \end{aligned}$$

где $\alpha(T)$ — объемный коэффициент теплового расширения, ΔV_c — объемная структурная усадка материала в ванне расплава при затвердевании, $\rho_s = \rho(T_s)$ и $\rho_l = \rho(T_l)$ — плотности материала при значениях температуры в нижней (solidus) и верхней

(liquidus) границах температуры плавления соответственно, f_s — объёмная твердая доля материала с учетом интервала температуры затвердевания $[T_l, T_s]$

$$f_s(T) = \begin{cases} 1 - \left[\frac{T_m - T}{T_m - T_l} \right]^{\frac{1}{k-1}}, & T_s + \Delta T \leq T \leq T_l, \\ [1 - f_s(T_s + \Delta T)] \left[\frac{T_s - T}{\Delta T} \right], & T_s \leq T \leq T_s + \Delta T, \end{cases}$$

$$k = \frac{T_m - T_l}{T_m - T_s},$$

где k — коэффициент распределения.

Для определения пластических деформаций используем ассоциированное правило течения

$$\Phi(\mathbf{s}, T) = \|\mathbf{s}\| - \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y(T),$$

где $\sigma_y(T)$ — предел текучести.

Девiator \mathbf{s} тензора напряжений определяем следующим образом

$$\mathbf{s} = 2 \frac{G}{f_s} (\mathbf{e} - \mathbf{e}^{\text{вп}}),$$

где \mathbf{e} — девиатор тензора полных деформаций, $\mathbf{e}^{\text{вп}}$ — девиатор тензора вязкопластических деформаций, $G = G(T)$ — модуль сдвига. В области фазового перехода, где $f_s \neq 0$ значение объёмного модуля в уравнении (3) принимаем в виде $K = \frac{K(T)}{f_s}$.

Эволюцию девиатора тензора вязкопластических деформаций определяем следующим образом

$$\dot{\mathbf{e}}^{\text{вп}} = \dot{\gamma}^{\text{вп}} \frac{\partial \Phi(\mathbf{s}, T)}{\partial \mathbf{s}} = \dot{\gamma}^{\text{вп}} \mathbf{n},$$

$$\dot{\gamma}^{\text{вп}} = \left\langle \frac{\Phi(\mathbf{s}, T)}{\eta} \right\rangle,$$

где $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|}$ — нормаль к поверхности текучести, $\dot{\gamma}^{\text{вп}}$ — скорость неупругих деформаций, $\eta = \eta(T)$ — пластическая вязкость, $\|\cdot\|$ — норма Фробениуса, $\langle \cdot \rangle$ — скобки Макалея.

Особенность предложенной модели заключается в возможности непрерывного описания деформационных свойств материала от жидкого состояния до полного затвердевания во всей расчетной области.

3. Результаты расчетов

Численное решение задачи производим с использованием метода конечных элементов с согласованными аппроксимациями полей перемещения и гидростатического давления, удовлетворяющего LBB-условию [13]. Построение сеточной области выполняем с использованием адаптационного алгоритма в функции от градиента температуры [6, 14]. Вследствие теплового удара в окрестности области воздействия

лазерного излучения, в ней возникают большие градиенты температуры. Это накладывает ограничения на максимальный шаг сетки в этой области

$$h \leq \sqrt{\frac{k\Delta t}{\rho c_p}},$$

где Δt — шаг по времени. Алгоритм учитывает движение источника тепла с заданной скоростью сканирования путем применения технологии «исключения» и последующего «возрождения» части материала. Движение лазерного источника отслеживаем путем выполнения кинематических условий

$$x = x_0 + v_x t, \quad y = y_0 + v_y t, \quad z = h_z(t),$$

где x_0, y_0, z_0 — начальные координаты лазерного луча с эффективным радиусом луча R_0 , $v_x = v \cos \theta$, $v_y = v \sin \theta$, θ — угол ориентации лазерного луча, $\mathbf{v}(v_x, v_y)$ — скорость сканирования, $h_z(t)$ — высота наращиваемого слоя.

Непрерывное наращивание материала производится дискретно, на каждом шаге расчета, соответствующем «возрождению» очередной подобласти из «исключенных» элементов [15]. Особенности построения сеточной области с ее адаптацией при наращивании слоев иллюстрируются на рис. 2. Следует отметить, что использование адаптивного алгоритма существенно (в 2–3 раза) сокращает затраты компьютерного времени на вычисление.

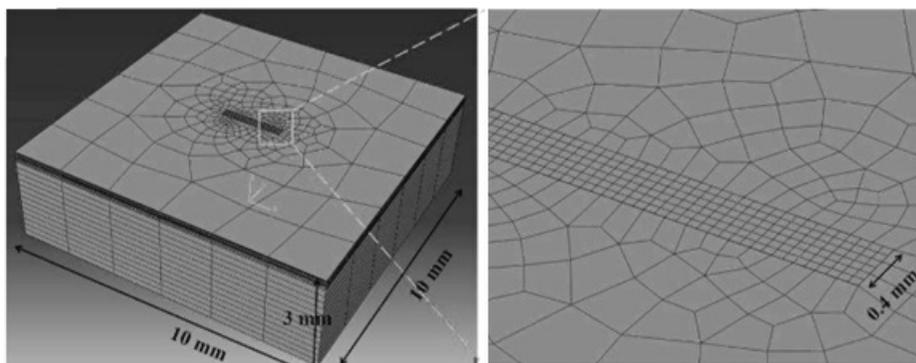


Рис. 2. Особенности построения сеточной области.

Геометрию наращиваемого слоя представляем в виде параболического профиля [16]

$$\begin{aligned} f(w, h) &= -\frac{4h}{w^2}x^2 + h, \\ w(P, v, \dot{m}) &= k_w^1 P^{\alpha_w} v^{\beta_w} \dot{m}^{\gamma_w} + k_w^2, \\ h(P, v, \dot{m}) &= k_h^1 P^{\alpha_h} v^{\beta_h} \dot{m}^{\gamma_h} + k_h^2, \end{aligned}$$

где w и h — ширина и высота слоя, \dot{m} — массовый расход порошкового материала, α, β, γ — константы материала, k^1, k^2 — подгоночные параметры.

Анализ результатов расчета производим с использованием основных безразмерных параметров

$$Q = \frac{P}{\pi k (T_l - T_0) R_0}, \quad Pe = \frac{v R_0}{D(T_0)}, \quad S = \sigma / \sigma_y (T_0), \quad \bar{T} = T / T_m,$$

включающих мощность P , радиус лазера R_0 , скорость сканирования v , теплофизические и механические свойства материала, которые представлены на рис. 3. Конвективные и радиационные потери во всех расчетах принимаются постоянными и не превышают 12% тепловых потерь.

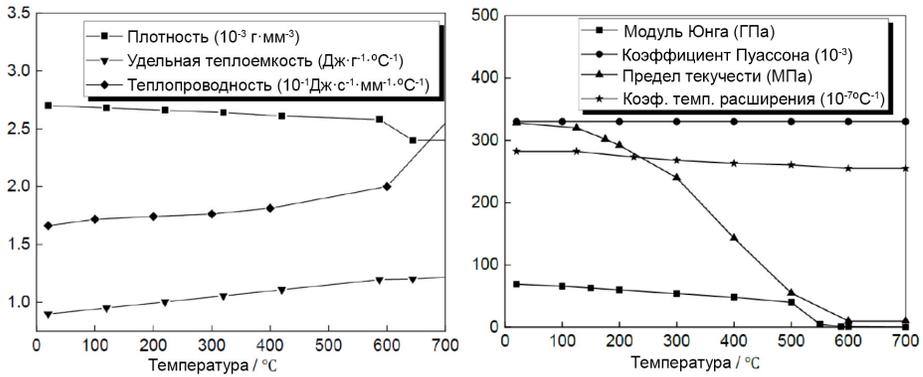


Рис. 3. Зависимость свойств материала от температуры.

Тестирование разработанного алгоритма тепловой подзадачи производим путем сравнения с экспериментом [17], полученным при значениях параметров $Q=4, Pe=0.3$ (рис. 4). Из результатов вычисления следует, что распределение температуры в окрестности лазерного источника можно условно разбить на три подобласти (рис. 3а): 1 — при $r < 0.5$ с максимальной температурой жидкой фазы, 2 — при $0.5 < r < 1.5$ с максимальным градиентом температуры и 3 — при $r > 4$ с практически постоянной температурой в заданный момент времени.

На рис. 5 приведено распределение эффективных напряжений в расчетной области при последовательной стратегии сканирования (рис. 5а) наращивания слоев с заданным массовым расходом порошкового материала $\dot{m} = 4$ г/мин. Из результатов расчета следует, что значения остаточных напряжений увеличиваются с увеличением числа нанесенных слоев, что согласуется с известными численными и экспериментальными исследованиями [18]. Следует отметить, что наибольшие продольные растягивающие напряжения возникают в сформированных слоях металла с максимальными значениями $S = 0.58\sigma_y$, что также согласуется с известными экспериментальными результатами [18].

Сравнение результатов вычислений продольных остаточных напряжений в первом наплавленном слое с экспериментальными данными [19] приведено на рис. 6

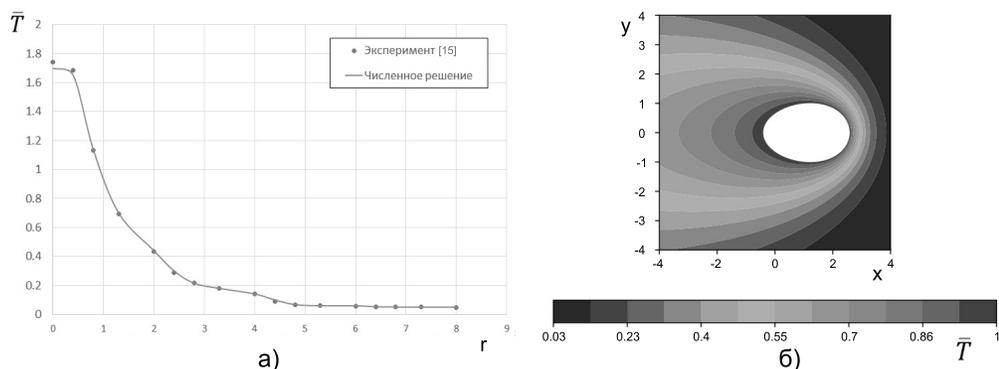


Рис. 4. Распределение температуры в окрестности лазерного источника: а) распределения температуры в окрестности лазерного источника; б) распределение температуры в сечении Oxy (белым цветом обозначены температуры выше T_m).

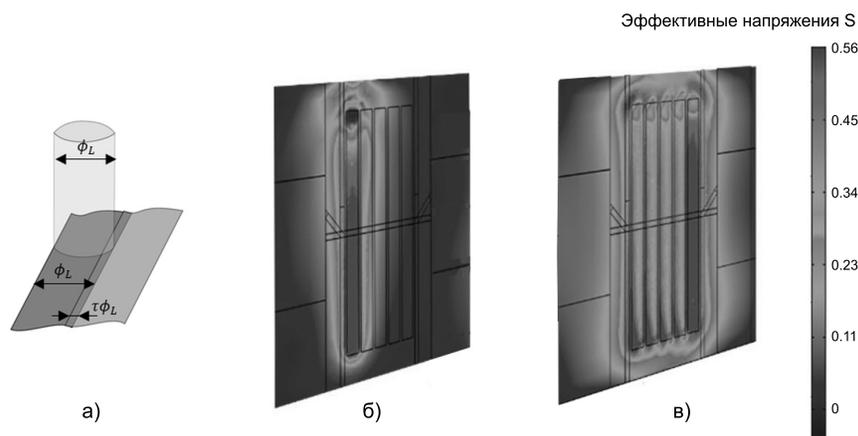


Рис. 5. Распределение остаточных напряжений Мизеса в зависимости от числа нанесенных слоев: а) стратегия сканирования; б) одного слоя и в) после нанесения пяти слоев.

и свидетельствует об адекватности рассматриваемой термомеханической модели. Следует отметить, что предложенная в настоящей работе упруговязкопластическая модель не учитывает эффекты упрочнения и разупрочнения свойств материала, которые сопровождают процесс затвердевания. По-видимому, учет эффекта размягчения материала в процессе затвердевания позволит более точно прогнозировать остаточные напряжения в центральной области слоя.

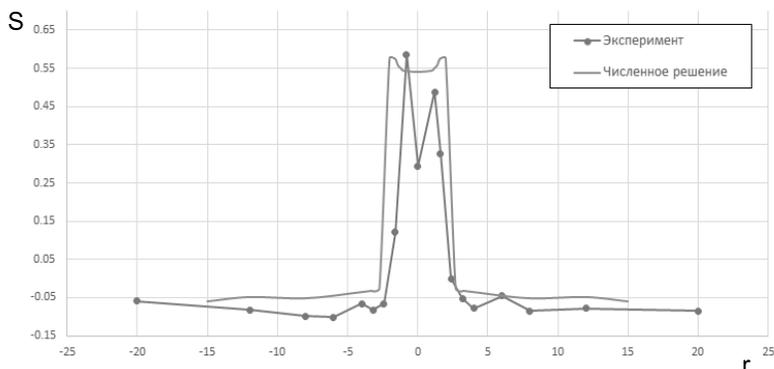


Рис. 6. Сравнение результатов вычисления продольных остаточных напряжений, возникающих в слое, с экспериментом [19].

Заключение

В ходе проведенных исследований предложены определяющие соотношения для термомеханической задачи отверждения при наращивании слоя металла. Проведены верификация и валидация математической модели и алгоритма расчета путем сравнения с известными аналитическими и экспериментальными исследованиями. Анализ результатов расчета производится в безразмерном виде с использованием критериев отражающих влияние мощности лазера и скорости сканирования. Показано влияние последовательной стратегии наращивания пяти слоев металла на распределение эффективных напряжений. Анализ результатов численных исследований показал, что остаточные напряжения могут достигать 0.58 от уровня предела текучести материала.

Список литературы

- [1] Арутюнян Н. Х., Манжиров А. В., Наумов В. Э., *Контактные задачи растущих тел*, Наука, М., 1991, 176 с.
- [2] Арутюнян Н. Х., Дроздов А. Д., Наумов В. Э., *Механика растущих вязкоупругопластических тел*, Наука, М., 1987, 471 с.
- [3] Lindgren L.E., “Finite Element Modeling and Simulation of Welding Part 1: Increased Complexity”, *Journal of Thermal Stresses*, **24**:2, (2001), 141–192.
- [4] Gusarov A. V., Pavlov M., Smurov I., “Residual Stresses at Laser Surface Remelting and Additive Manufacturing”, *Physics Procedia*, **12**, (2011), 248–254.
- [5] Chekhonin K. A., Vlasenko V. D., “Numerical Modeling of Compression Cure High-Filled Polymer Material”, *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*, **14**:6, (2021), 805–814.
- [6] Чехонин К. А., Власенко В. Д., “Градиентный алгоритм оптимизации температурно-конверсионной задачи при отверждении высоконаполненных полимерных материалов”, *Информатика и системы управления*, **4**:62, (2019), 58–70.

- [7] Chekhonin K. A., “Current state and development of the theory of curing high-energy composite polymer materials”, *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*, **17**:1, (2024), 106–114.
- [8] Chekhonin K. A., Vlasenko V. D., “The Role of Curing Stresses in Subsequent Response and Damage of High Energetic materials”, *Journal of Physics: Conference Series, The conference on High Energy Processes in Condensed Matter (HEPCM)-2021*, 2021, 55–63.
- [9] Bulgakov V. K., Chekhonin K. A., “Modeling of a 3D Problem of compression forming system “Composite shell – low compressible consolidating Filler””, *J. Mathematical Modeling*, **4**, (2002), 121–131.
- [10] Mirkoohi E., Dobbs J. R., Liang S. Y., “Analytical modeling of residual stress in direct metal deposition considering scan strategy”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **106**, (2020), 4105–4121.
- [11] Чехонин К. А., “Микромеханическая модель высокоэнергетического материала при отверждении”, *Дальневосточный математический журнал*, **22**:1, (2022), 119–124.
- [12] Чехонин К. А., “О термодинамической согласованности связанной модели отверждения эластомера при конечных деформациях”, *Дальневосточный математический журнал*, **22**:1, (2022), 107–118.
- [13] Булгаков В. К., Чехонин К. А., *Основы теории метода смешанных конечных элементов*, Изд-во Хабар. техн. ун-т, Хабаровск, 1999, 357 с.
- [14] Baiges J., Chiumenti M., Moreira C. A., Cervera M., “An Adaptive Finite Element strategy for the numerical simulation of Additive Manufacturing processes”, *Additive Manufacturing*, **37**, (2021), 101650:1–101650:13.
- [15] Roberts I. A., Wang C. J., Esterlein R., Stanford M., “A three-dimensional finite element analysis of the temperature field during laser melting of metal powders in additive layer manufacturing”, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **49**, (2009), 916–923.
- [16] Caiazza F., Alfieri V., “Simulation of Laser-assisted Directed Energy Deposition of Aluminum Powder: Prediction of Geometry and Temperature Evolution”, *Materials*, **12**, (2019).
- [17] Li Z., Li B.-Q., Bai P., Liu B., “Research on the Thermal Behaviour of a Selectively Laser Melted Aluminium Alloy: Simulation and Experiment”, *Materials*, **11**, (2018).
- [18] Mukherjee T., DebRoy T., *Theory and Practice of Additive Manufacturing 1st Edition*, Wiley, 2023.
- [19] Staron P., Vaidya W. V., Koçak M., “Precipitates in laser beam welded aluminum alloy AA6056 butt joints studied by small-angle neutron scattering”, *Science and Engineering: A*, **525**, (2009), 192–199.

Поступила в редакцию
19 февраля 2024 г.

Работа выполнена в рамках госзадания ИПМ
ДВО РАН (№ 075-00459-24-00).

*Gritsenko A. A.*¹, *Chekhonin K. A.*¹ Numerical modeling of residual stresses in deposited metal layer with a moving laser energy source. *Far Eastern Mathematical Journal*. 2024. V. 24. No 1. P. 22–32.

¹Institute of Applied Mathematics, Khabarovsk Division, Russian Academy of Sciences

ABSTRACT

A transient 3D process of metal layer solidification, formed with laser technology, is considered. The mathematical model is based on balance equation with visco-elasto-plastic rheological model and energy equation, taking into account diffusion, convective and radiation losses. Numerical solution is performed using Finite Element Method using an adaptive algorithm for constructing grid domain as a function of temperature gradient in an uncoupled formulation with the solution of discrete equations of non-stationary thermal conductivity and thermomechanics. The algorithm takes into account the movement of the heat source at a given speed by applying the technology of “killing” and subsequent “birthing” of parts of the material. Continuous deposition of material is carried out discretely, at each step of calculation corresponding to “birthing” of the next subdomain from the “killed” elements. Verification and validation of the numerical algorithm is performed. The influence of the unidirectional scan strategy of five layers of metal on von Mises residual stresses is shown.

Key words: *finite element method, laser additive technology, metal solidification, viscoelastoplasticity, residual stress.*