

УДК 517.958

MSC2020 35Q20 +35Q60

© Е. О. Коваленко<sup>1</sup>, И. В. Прохоров<sup>1</sup>

## Об одном экстраполяционном алгоритме улучшения качества гидролокационных изображений морского дна

Рассмотрены вопросы улучшения качества гидролокационных изображений морского дна по данным измерений гидролокатора бокового обзора, оснащенного несколькими антеннами с различной шириной диаграммы направленности. В рамках кинетической модели, описывающей процесс импульсного зондирования в полупространстве с диффузными условиями отражения на границе, предложен экстраполяционный метод подавления размытости изображений коэффициента донного рассеяния. Приведены результаты численного моделирования, указаны ограничения и перспективы применения экстраполяционного подхода.

**Ключевые слова:** *уравнение переноса излучения, обратная задача, коэффициент донного рассеяния, гидролокатор бокового обзора, изображения морского дна, экстраполяция.*

DOI: <https://doi.org/10.47910/FEMJ202318>

### Введение

В предыдущих работах авторов статьи, посвященных вопросам математического моделирования процессов акустического зондирования морского дна автономными необитаемыми аппаратами, оснащенными гидролокаторами бокового обзора, проводился анализ влияния объемного учета рассеяния на качество гидролокационных изображений и разрабатывались алгоритмы одно- и многокурсного зондирования [1–3]. Исследования, касающиеся улучшения качества размытых изображений, вызванных применением недостаточно узких в направлении движения подводного аппарата диаграмм направленности, нами практически не затрагивались.

На сегодняшний день существует множество методов обработки размытых изображений [4–7]. Причины размытости могут быть весьма разнообразны и вызваны,

---

<sup>1</sup> Институт прикладной математики ДВО РАН, 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 7.  
Электронная почта: [kovalenko.eo@dvfu.ru](mailto:kovalenko.eo@dvfu.ru) (Е. О. Коваленко), [prokhorov@iam.dvo.ru](mailto:prokhorov@iam.dvo.ru) (И. В. Прохоров).

например, движением наблюдаемого объекта или наблюдателя, несовершенством прямо-передающей аппаратуры или неправильной фокусировкой. Как правило, плохого качества изображения обрабатываются после того, как они получены целиком. Получаемые с помощью гидролокаторов бокового обзора акустические изображения формируются послонно в направлении движения подводного аппарата, и зачастую приходится корректировать изображения в режиме реального времени, чтобы изменить задачи выполняемой миссии и осуществить корректировку курса необитаемого подводного аппарата [8–10]. В этом случае традиционные методы улучшения качества изображений не подходят, и встает проблема разработки новых алгоритмов. Частично задача фокусировки акустических изображений, получаемых с гидролокатора бокового обзора, решается путем синтеза апертуры [11, 12]. Однако применимость данного метода ограничена невозможностью полностью обеспечить траекторную стабильность движения подводного аппарата на временном интервале синтеза апертуры.

В работе мы рассмотрим экстраполяционный алгоритм подавления размытости изображений, обусловленной недостаточной узостью диаграммы направленности приемной антенны. Алгоритм основан на измерении отраженного сигнала несколькими антеннами с одного и того же направления, но с различной шириной диаграммы направленности. В частном случае двух антенн для кинетической модели распространения звука в среде построена экстраполяционная формула, позволяющая получить существенное уточнение восстанавливаемого коэффициента донного рассеяния.

## 1. Обратная задача для нестационарного уравнения переноса излучения

В области  $G = \{\mathbf{r} = (r_1, r_2, r_3) \in \mathbb{R}^3 : r_3 > -l\}$ ,  $l > 0$ , представляющей собой верхнее полупространство, ограниченное плоскостью  $\gamma = \partial G$ , рассмотрим начально-краевую задачу для нестационарного уравнения переноса излучения [1–3, 13–17]

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)}{\partial t} + \mathbf{k} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) + \mu I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t), \quad (1)$$

$$I^-(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)|_{t=0} = 0, \quad (\mathbf{r}, \mathbf{k}) \in G \times \Omega, \quad (2)$$

$$I^-(\mathbf{y}, \mathbf{k}, t) = \frac{\sigma_d(\mathbf{y})}{\pi} \int_{\Omega_+} |\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}'| I^+(\mathbf{y}, \mathbf{k}', t)(\mathbf{y}, \mathbf{k}', t) d\mathbf{k}', \quad (\mathbf{y}, \mathbf{k}, t) \in \Gamma^-, \quad (3)$$

где  $\mathbf{r} \in G$ ,  $t \in [0, T]$  и волновой вектор  $\mathbf{k}$  принадлежит единичной окружности  $\Omega = \{\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3 : |\mathbf{k}| = 1\}$ . Функция  $I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$  интерпретируется как плотность потока энергии волны, распространяющейся в направлении  $\mathbf{k}$  со скоростью  $c$  в момент времени  $t$  в точке  $\mathbf{r}$ . Величина  $\mu$  имеет смысл коэффициента затухания, а функция  $J$  характеризует источники звукового поля.

В начальном и граничном условиях (2), (3) использованы обозначения

$$\begin{aligned} I^\pm(\mathbf{y}, \mathbf{k}, t) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} I(\mathbf{y} \pm \varepsilon \mathbf{k}, \mathbf{k}, t \pm \varepsilon/c), \\ \Gamma^\pm &= \{(\mathbf{y}, \mathbf{k}, t) \in \gamma \times \Omega_\pm \times (0, T)\}, \\ \Omega_\pm &= \{\mathbf{k} \in \Omega : \text{sgn}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}) = \pm 1\}, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{n} = (0, 0, -1)$  — единичный вектор внешней нормали к границе области  $G$ .

Система соотношений (1)–(3) описывает нестационарный процесс распространения высокочастотных звуковых полей в нерассеивающей среде, на границе которой звуковое поле испытывает диффузное отражение по закону Ламберта с коэффициентом донного рассеяния  $\sigma_d(\mathbf{y})$ .

Функция  $J$  моделирует процесс импульсного озвучивания окружающего пространства гидролокатором бокового обзора, который перемещается прямолинейно с постоянной скоростью  $V$  в направлении оси  $r_2$ :

$$J(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) \sum_{m=1}^M \delta(t - t_m), \quad \mathbf{V} = (0, V, 0), \quad t_m > 0, \quad (4)$$

где  $\delta$  — дельта-функция Дирака. Систему соотношений (1)–(3) дополним еще двумя равенствами

$$\int_{\Omega} S_j(\mathbf{k}) I^+(\mathbf{V}t, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = P_j(t), \quad j = 1, 2, \quad (5)$$

где функции  $S_1(\mathbf{k}(\varphi, \theta))$  и  $S_2(\mathbf{k}(\varphi, \theta))$ ,  $(\mathbf{k} = \mathbf{k}(\varphi, \theta) = (-\sin \varphi \sin \theta, \cos \varphi \sin \theta, \cos \theta))$  характеризуют диаграммы направленности приемных антенн гидролокатора бокового обзора, расположенных по разным бортам носителя антенн. Не ограничивая общности, будем предполагать, что  $S_j(\varphi) = 1/2\epsilon$  при  $\varphi \in (\varphi_j - \epsilon, \varphi_j + \epsilon)$ ,  $\varphi_1 = \pi/2$ ,  $\varphi_2 = 3\pi/2$  и нулю вне этого интервала. Как правило, на практике значения параметра  $\epsilon$  относительно малы, поскольку гидролокатор бокового обзора имеет узкую диаграмму направленности антенны в горизонтальной плоскости. В вертикальной плоскости диаграмма направленности приемной антенны, напротив, достаточная широкая. Для простоты мы предполагаем, что она не зависит от переменной  $\theta$  в интервале  $0 < \theta < \pi$ .

В работе будет рассматриваться следующая обратная задача для уравнения переноса излучения [1, 2].

**Задача 1.** Найти функцию  $\sigma_d(\mathbf{y})$  из уравнения (1) и соотношений (2), (3), (5) при заданных  $\mu, J, c, P_j, S_j, j = 1, 2$ .

## 2. Решение начально-краевой задачи (1)–(3) и построение функций $P_j(t)$

Обозначим через  $d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t) = \min\{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}), ct\}$ , где  $d(\mathbf{r}, -\mathbf{k})$  — расстояние от точки  $\mathbf{r} \in G$  в направлении  $-\mathbf{k}$  до границы области  $G$ . Учитывая строение области  $G$  для функции  $d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)$  в точках, принадлежащих плоскости  $r_3 = 0$ , можно выписать явное представление  $d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t) = \min\{l/k_3, ct\}$  при  $k_3 > 0$  и  $d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t) = ct$  при  $k_3 \leq 0$ .

Решение начально-краевой задачи (1)–(3) эквивалентно решению следующего уравнения интегрального типа [2, 3]:

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = I_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) + \frac{\sigma_d(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)\mathbf{k})}{\pi} \exp(-\mu d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)) \times \\ \times \int_{\Omega_+} |\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}'| I^+ \left( \mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)}{c} \right) d\mathbf{k}', \quad (6)$$

где

$$I_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \int_0^{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)} \exp(-\mu\tau) J \left( \mathbf{r} - \tau\mathbf{k}, \mathbf{k}, t - \frac{\tau}{c} \right) d\tau. \quad (7)$$

Если  $\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)\mathbf{k} \notin \partial G$ , то второе слагаемое в уравнении (6) отсутствует. В частности, поэтому  $I^+(\mathbf{z}, \omega, t) = I_0(\mathbf{z}, \omega, t)$  для точек  $\mathbf{z} \in \partial G$ . Следовательно, решение начально-краевой задачи (1)–(3) может быть записано в явном виде

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = I_0(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) + \frac{\sigma_d(\mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)\mathbf{k})}{\pi} \exp(-\mu d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)) \times \\ \times \int_{\Omega_+} |\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}'| I_0^+ \left( \mathbf{r} - d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)\mathbf{k}, \mathbf{k}', t - \frac{d(\mathbf{r}, -\mathbf{k}, t)}{c} \right) d\mathbf{k}'. \quad (8)$$

Отметим, что это представление справедливо без каких-либо ограничений, связанных с приближением однократного рассеяния, которые мы неоднократно использовали в предыдущих работах [1–3]. С физической точки зрения указанный факт обусловлен отсутствием эффектов объемного рассеяния в области  $G$  и многократного переотражения на плоскости  $\gamma = \partial G$ .

Подставляя выражение (8) в (5) и учитывая вид функции (4), при  $t \in (t_i, t_{i+1})$ ,  $i \leq M$  можно получить следующее соотношение для функций  $P_j$  [2, 3]

$$P_j(t) = \frac{l^2}{\pi} \sum_{m=1}^i \frac{\exp(-\mu c(t - t_m))}{t - t_m} \int_0^{2\pi} \frac{S_j(\mathbf{k}(\varphi, \theta_m)) \sigma_d(\mathbf{y}(\varphi, \theta_m)) d\varphi}{R_1^2 R_2^2 \left( 1 - \frac{V}{c} k_2 \right)}, \quad (9)$$

где

$$R_1 = \frac{c(t - t_m)}{2 \left( 1 - \frac{V}{c} k_2 \right)} \left( 1 - \frac{V^2}{c^2} \right), \quad R_2 = c(t - t_m) \left( 1 - \frac{1 - \frac{V^2}{c^2}}{2 \left( 1 - \frac{V}{c} k_2 \right)} \right), \\ \mathbf{y}(\varphi, \theta_m) = \mathbf{V}t - R_1 \mathbf{k}(\varphi, \theta_m), \quad \theta_m(t) = \arccos \left( \frac{l}{R_1} \right),$$

$\mathbf{k}(\varphi, \theta_m) = (-\sin\varphi \sin\theta_m, \cos\varphi \sin\theta_m, \cos\theta_m)$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ .

При проведении гидролокации морского дна с помощью автономных необитаемых подводных аппаратов или надводных судов, как правило, носитель антенны

имеет небольшую скорость  $V$  в сравнении со скоростью распространения акустического сигнала  $c$ , то есть  $\frac{V}{c} \ll 1$  [9–12], а параметры среды  $\mu, c$  и периоды зондирования  $t_{i+1} - t_i$  таковы, что

$$\frac{\exp(-\mu c|t - t_m|)}{|t - t_m|} \ll \frac{\exp(-\mu c|t - t_i|)}{|t - t_i|}, \quad t \in (t_i, t_{i+1}), \quad m < i.$$

Такие ограничения позволяют на текущем интервале приема  $(t_i, t_{i+1})$  пренебрегать эхолокационными сигналами с предыдущих периодов зондирования, то есть при  $t \in (t_i, t_{i+1})$  вместо суммы в (9) останется лишь одно  $i$ -ое слагаемое. Учитывая сделанные предположения, соотношение (9) существенно упростим:

$$P_j(t) = \frac{cl^2 \exp(-\mu c(t - t_i))}{2\pi (c(t - t_i)/2)^5} \int_0^{2\pi} S_j(\mathbf{k}(\varphi, \theta_i)) \sigma_d(\mathbf{y}(\varphi, \theta_i)) d\varphi, \quad (10)$$

где  $\theta_i(t) = \arccos\left(\frac{2l}{c(t - t_i)}\right)$ . Принимая во внимание вид диаграммы направленности, из соотношения (10) получаем

$$P_j(t, \epsilon) = \frac{cl^2 \exp(-\mu c(t - t_i))}{2\pi (c(t - t_i)/2)^5} \frac{1}{2\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} \sigma_d(\mathbf{y}(\varphi_j + \varphi, \theta_i)) d\varphi, \quad j = 1, 2, \quad (11)$$

где  $\varphi_1 = \pi/2, \varphi_2 = 3\pi/2$ . При  $\epsilon \rightarrow 0$  формула (11) принимает довольно простой вид

$$P_j(t, 0) = \frac{cl^2 \exp(-\mu c(t - t_i))}{2\pi (c(t - t_i)/2)^5} \sigma_d(\mathbf{y}(\varphi_j, \theta_i)). \quad (12)$$

Таким образом, при малых  $\epsilon$  (в приближении узкой диаграммы направленности), из (11), (12) для определения функции  $\sigma_d$  получаем приближенные явные формулы

$$\sigma_d(y_1, y_2) = P_1\left(\frac{y_2}{V}, \epsilon\right) \left(\frac{cl^2 \exp(-2\mu(y_1^2 + l^2)^{1/2})}{2\pi (y_1^2 + l^2)^{5/2}}\right)^{-1}, \quad y_1 > 0, \quad (13)$$

$$\sigma_d(y_1, y_2) = P_2\left(\frac{y_2}{V}, \epsilon\right) \left(\frac{cl^2 \exp(-2\mu(y_1^2 + l^2)^{1/2})}{2\pi (y_1^2 + l^2)^{5/2}}\right)^{-1}, \quad y_1 < 0, \quad (14)$$

где  $2(y_1^2 + l^2)^{1/2}/c \leq \delta, \delta = \min_i(t_{i+1} - t_i)$  — минимальное время задержки между двумя последовательными следующими друг за другом импульсами.

### 3. Экстраполяционный алгоритм решения обратной задачи

При увеличении ширины диаграммы направленности расчет функции  $\sigma_d$  по формулам (13), (14) приводит к росту погрешности. Для устранения дефектов изображений применяют различные методы, которые в математическом плане сводятся к решению интегральных уравнений типа свертки первого рода [4–7]. При дискретизации искомой функции решение интегрального уравнения эквивалентно решению

системы линейных алгебраических уравнений, как правило, плохо обусловленной, что существенно затрудняет определение искомой функции. С практической точки зрения интересны методы, позволяющие вести обработку сигнала в реальном режиме на борту носителя антенн и, по возможности, независимо от данных, полученных в предыдущие промежутки времени. В этом разделе мы опишем алгоритм улучшения качества изображений, основанный на одновременном приеме отраженного сигнала антеннами с различной шириной диаграммы направленности с последующей экстраполяционной обработкой измеренных сигналов.

Предположим, что на промежутке  $\varphi \in [-\epsilon, \epsilon]$  имеет место асимптотическое представление

$$\sigma_d(\mathbf{y}(\varphi_j + \varphi, \theta_i)) = \psi_0(\varphi_j, \theta_i) + \psi_1(\varphi_j, \theta_i)\varphi + \psi_2(\varphi_j, \theta_i)\varphi^2 + O(\varphi^3). \quad (15)$$

Так как  $\varphi \in [-\epsilon, \epsilon]$ , то порядок малости величины  $O(\varphi^3)$  не ниже, чем  $\epsilon^3$ . Пренебрегая величиной  $O(\varphi^3)$ , подставим разложение (15) в формулу (11):

$$\begin{aligned} P_j(t, \epsilon) &= \frac{cl^2 \exp(-\mu c(t - t_i))}{2\pi} \frac{1}{(c(t - t_i)/2)^5} \frac{1}{2\epsilon} \int_{-\epsilon}^{\epsilon} (\psi_0(\varphi_j, \theta_i) + \psi_1(\varphi_j, \theta_i)\varphi + \psi_2(\varphi_j, \theta_i)\varphi^2) d\varphi = \\ &= \frac{cl^2 \exp(-\mu c(t - t_i))}{2\pi} \frac{1}{(c(t - t_i)/2)^5} (\psi_0(\varphi_j, \theta_i) + \psi_2(\varphi_j, \theta_i) \frac{\epsilon^2}{3}). \end{aligned}$$

Если известны значения  $P_j(t, \epsilon_1), P_j(t, \epsilon_2)$ , то из последнего соотношения получаем

$$\psi_0(\varphi_j, \theta_i) = \frac{P_j(t, \epsilon_1)\epsilon_2^2 - P_j(t, \epsilon_2)\epsilon_1^2}{\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2} \left( \frac{cl^2 \exp(-\mu c(t - t_i))}{2\pi} \frac{1}{(c(t - t_i)/2)^5} \right)^{-1}, \quad j = 1, 2. \quad (16)$$

Переходя в (16) к переменным  $y_1 = \sqrt{(c(t - t_i)/2)^2 - l^2}, y_2 = Vt$ , ( $t \in (t_i + 2l/c, t_{i+1})$ ), находим

$$\psi_0(y_1, y_2) = \frac{P_1(y_2/V, \epsilon_1)\epsilon_2^2 - P_1(y_2/V, \epsilon_2)\epsilon_1^2}{\epsilon_2^2 - \epsilon_1^2} \left( \frac{cl^2 \exp(-2\mu(y_1^2 + l^2)^{1/2})}{2\pi} \frac{1}{(c(y_1^2 + l^2))^{5/2}} \right)^{-1}, \quad y_1 > 0. \quad (17)$$

Аналогичная формула имеет место и для  $y_1 < 0$ , в которой функция  $P_1$  заменена на функцию  $P_2$ . В дальнейшем мы будем рассматривать только случай  $y_1 > 0$ . Если учесть, что  $\sigma_d(y_1, y_2) = \psi_0(y_1, y_2)$ , то экстраполяционная формула (17) дает асимптотическое решение обратной задачи.

#### 4. Результаты численного моделирования

Для демонстрации работоспособности экстраполяционного алгоритма решения обратной задачи были проведены две серии экспериментов. В первом численном эксперименте тестовая функция имела вид  $\sigma_d(r_1, r_2) = 0.5 + 0.2 \sin(\pi r_1/30 + \pi r_2/15)$  в области  $300\text{м} \times 50\text{м}$ ,  $r_1 \in [0, 300], r_2 \in [0, 50]$ . Остальные величины имели следующие характерные для высокочастотного акустического зондирования в океанической среде значения [11, 12]:  $l = 12\text{м}$ ,  $\mu = 0.018\text{м}^{-1}$ ,  $t_{i+1} - t_i = 0.4\text{с}$  для любого  $i$ ,  $V = 1\text{м/с}$ ,  $c = 1500\text{м/с}$ .

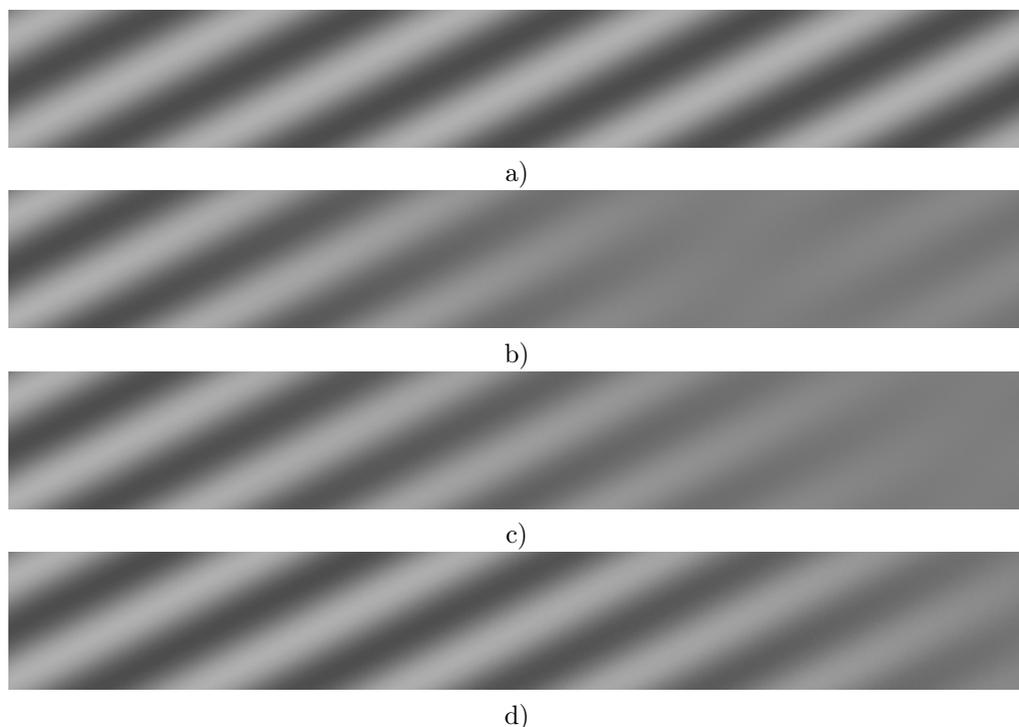


Рис. 1. **a)** оригинальное изображение морского дна с коэффициентом донного рассеяния  $\sigma_d(r_1, r_2) = 0.5 + 0.2 \sin(\pi r_1/30 + \pi r_2/15)$  в области зондирования  $300\text{м} \times 50\text{м}$ ,  $r_1 \in [0, 300]$ ,  $r_2 \in [0, 50]$ ; **b)** изображение, восстановленное в приближении узкой диаграммы направленности с шириной  $8^\circ$  по формуле (13),  $\delta = 20.3\%$ ; **c)** восстановление в приближении узкой диаграммы направленности с шириной  $6^\circ$ ,  $\delta = 15.0\%$ ; **d)** экстраполированное изображение по формуле (18),  $\delta = 8.68\%$ .

На рисунке 1а представлено графическое изображение функции  $\sigma_d(r_1, r_2)$  в области зондирования  $300\text{м} \times 50\text{м}$ ,  $r_1 \in [0, 300]$ ,  $r_2 \in [0, 50]$ . Более светлому цвету соответствуют большие значения функции  $\sigma_d$ , более темному — меньшие. На рисунке 1б приведено изображение коэффициента донного рассеяния, полученное по формуле (13) при ширине диаграммы направленности приемной антенны, равной 8 градусам ( $\epsilon_1 = 4\pi/180$ ), а на рисунке 1с — изображение функции  $\sigma_d$  при ширине диаграммы направленности, равной 6 градусов ( $\epsilon_2 = 3\pi/180$ ). Так как изображения 1б, 1с получены в приближении узкой диаграммы направленности, то на картинках присутствует характерная размытость изображений, обусловленная ненулевой шириной диаграммы направленности. Причем погрешность восстановления искомого коэффициента увеличивается как с увеличением ширины диаграммы направленности, так и с дальностью зондирования. Последняя особенность выражается в несимметричном зашумлении озвучиваемого региона — правая часть изображений, отвечающая ближней зоне облучения, зашумлена больше, чем левая. Для количественной

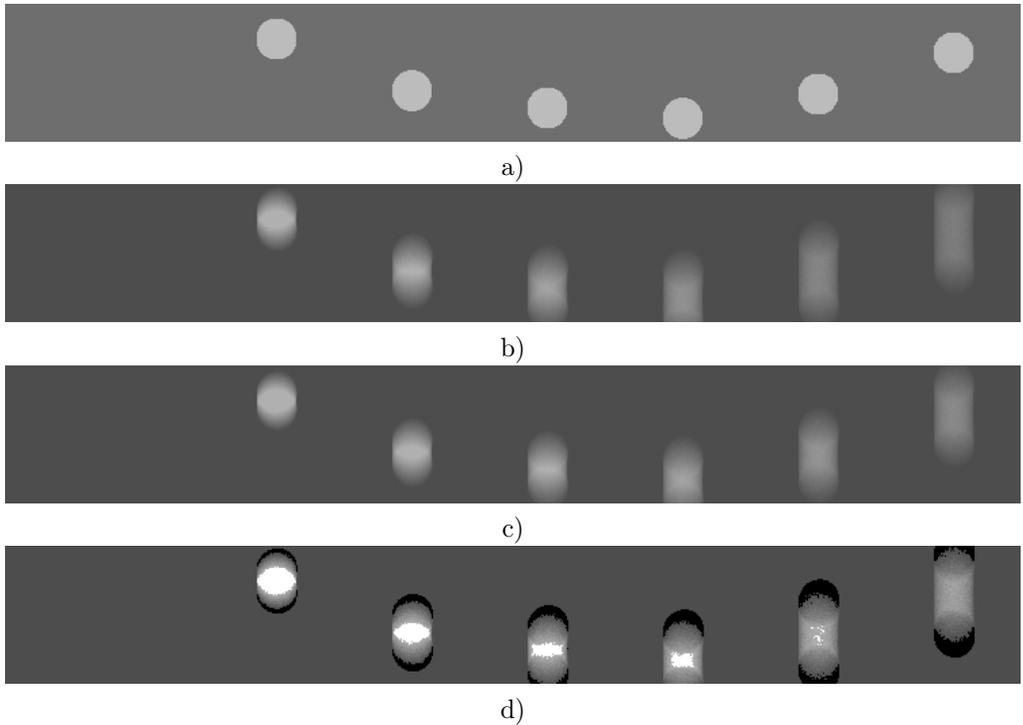


Рис. 2. **а)** оригинальное изображение морского дна в области зондирования  $300\text{м} \times 50\text{м}$ ,  $r_1 \in [0, 300]$ ,  $r_2 \in [0, 50]$ ; **б)** восстановленное изображение в приближении узкой диаграммы направленности с шириной  $5^\circ$ ,  $\delta = 15.6\%$ ; **в)** изображение в приближении узкой диаграммы направленности с шириной  $4^\circ$ ,  $\delta = 13.7\%$ ; **д)** экстраполированное изображение,  $\delta = 11.7\%$ .

оценки качества реконструкции использовалось среднеквадратичное отклонение

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_i \sum_j (\sigma_d(y_{1,i}, y_{2,j}) - \tilde{\sigma}_d(y_{1,i}, y_{2,j}))^2}{\sum_i \sum_j (\sigma_d(y_{1,i}, y_{2,j}))^2}} 100\%,$$

где  $\sigma_d$  — точное значение коэффициента донного рассеяния, а  $\tilde{\sigma}_d$  — значения, полученные либо в приближении узкой диаграммы направленности по формуле (13), либо путем экстраполяции по формуле (17). В эксперименте с шириной диаграммы направленности  $8^\circ$  среднеквадратичное отклонение составило  $20.3\%$ , а для эксперимента с шириной диаграммы направленности  $6^\circ$  —  $\delta = 15\%$ .

На рисунке 1д представлено экстраполированное по формуле eqref18 изображение на основе измеренных данных  $P_1(t, \epsilon_1)$  и  $P_1(t, \epsilon_2)$  с разной шириной диаграммы направленности. Даже визуально можно заметить существенное снижение размытости изображения, и, как показали расчеты среднеквадратичного отклонения, количественная ошибка уменьшилась почти в два раза и составила  $\delta = 8.68\%$ .

Во втором численном эксперименте изучалось восстановление контрастных структур. В этом случае эффект «размазывания», или дефокусировки, выражен более отчетливо. Тестирование алгоритма осуществлялось на функции  $\sigma_d(r)$ , графическое представление которой при  $r_1 > 0$  дано на рис. 2а. Во всех круговых включениях (окрашенных более светлым цветом) функция  $\sigma_d$  принимает значение 0.7, а в дополнении к этим областям  $\sigma_d(\mathbf{r}) = 0.3$ . На рис. 2b, 2с представлено восстановление коэффициента донного рассеяния в приближении узкой диаграммы направленности (13) с шириной  $5^\circ$  и  $4^\circ$  соответственно ( $\epsilon_1 = 2.5\pi/180$ ,  $\epsilon_2 = 2\pi/180$ ). На рисунке 2d построено экстраполированное по формуле (17) изображение на основе данных  $P_1(t, \epsilon_1)$  и  $P_1(t, \epsilon_2)$ . Вычисленные среднеквадратичные отклонения для каждого из приведенных изображений составили  $\delta = 15.6\%$ ,  $\delta = 13.7\%$  и  $\delta = 11.7\%$  соответственно.

Как легко увидеть, среднеквадратичная ошибка экстраполированного решения опять оказалась меньше ошибок численных решений, полученных в приближении узкой диаграммы направленности. Однако повышение точности произошло не столь значительное, как в первом эксперименте. Более того, при визуальной оценке качества экстраполированного изображения можно заметить появление артефактов на границах включений (типа эффекта Гиббса), существенно понижающих качество реконструкции изображения. Для борьбы с такого рода искажениями существует множество методов, в том числе, базирующихся на применении популярных в последнее время нейронных сетей [18]. В дальнейшем мы намерены провести дополнительные исследования, направленные на разработку алгоритмов улучшения качества восстановления коэффициента донного рассеяния в классе сильно меняющихся и разрывных функций.

## Заключение

Таким образом, проведенные исследования показали ограниченную эффективность экстраполяционного алгоритма улучшения качества акустических изображений морского дна, полученных по данным гидролокатора бокового обзора. Для слабо меняющегося коэффициента донного рассеяния достаточно всего двух измерений с различной шириной диаграммы направленности, чтобы повысить точность почти в два раза. Для восстановления сильно контрастных структур предложенный метод слабо эффективен и требует модификаций, которые, по-видимому, можно осуществить путем выбора специального асимптотического разложения искомой функции.

## Список литературы

- [1] И. В. Прохоров, А. А. Сущенко, «Исследование задачи акустического зондирования морского дна методами теории переноса излучения», *Акустический журнал*, **61**:3 (2015), 400–408.
- [2] Е. О. Коваленко, И. В. Прохоров, «Определение коэффициента донного рассеяния при многолучевом зондировании океана», *Дальневост. матем. журн.*, **19**:2 (2019), 206–222.

- [3] Е. О. Коваленко, И. В. Прохоров, “Локализация линий разрыва коэффициента донного рассеяния по данным акустического зондирования”, *Сиб. журн. индустр. матем.*, **25**:1 (2022), 67–79.
- [4] R. C. Gonzales, R. E. Woods, *Digital image processing*, MA Addison-Wesley, Boston, 2001.
- [5] С. И. Сай, А. Г. Шоберг, И. Н. Бурдинский, Л. А. Наумов, В. В. Золотарев, “Алгоритмы анализа и цифровой обработки гидролокационных изображений”, *Подводные исследования и робототехника*, 2008, № 2(6), 32–40.
- [6] A. S. Krylov, A. V. Nasonov, O. S. Ushmaev, “Video super-resolution with fast deconvolution”, *Pattern Recognition and Image Analysis*, **19**:3 (2009), 497–500.
- [7] А. В. Насонов, А. С. Крылов, О. С. Ушмаев, “Применение метода суперразрешения для биометрических задач распознавания лиц в видеопотоке”, *Системы высокой доступности*, 2009, № 1, 26–34.
- [8] G. Griffiths, *Technology and Applications of Autonomous Underwater Vehicles*, CRC Press, London, 2002.
- [9] Ю. В. Матвиенко, В. А. Воронин, С. П. Тарасов, А. В. Скняря, Е. В. Тутынин, “Пути совершенствования гидроакустических технологий обследования морского дна с использованием автономных необитаемых подводных аппаратов”, *Подводные исследования и робототехника*, **8**:2 (2009), 4–15.
- [10] А. В. Вагин, А. С. Воротынцева, “Теоретическое и экспериментальное обоснование принципов построения гидролокаторов обзора донной обстановки”, *Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*, **15**:5/6 (2022), 5–14.
- [11] А. Л. Агеев, Г. А. Игумнов, В. Б. Костоусов, И. Б. Агафонов, В. В. Золотарев, Е. А. Мадисон, “Синтезирование апертуры многоканального гидролокатора бокового обзора с компенсацией траекторных нестабильностей”, *Известия Южного федерального университета. Технические науки*, 2013, № 3 (140), 140–148.
- [12] В. Б. Костоусов, А. В. Костоусов, “Моделирование ГБО с синтезированной апертурой”, *Подводные исследования и робототехника*, 2008, № 2 (6), 16–29.
- [13] A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Academic Press, New York, 1978.
- [14] И. В. Прохоров, А. А. Сущенко, “Задача Коши для уравнения переноса излучения в неограниченной среде”, *Дальневосточный математический журнал*, **18**:1 (2018), 101–111.
- [15] A. A. Amosov, “Initial-Boundary Value Problem for the Non-stationary Radiative Transfer Equation with Diffuse Reflection and Refraction Conditions”, *Journal of Mathematical Sciences*, **235**:2 (2018), 117–137.
- [16] A. A. Amosov, “Nonstationary radiation transfer through a multilayered medium with reflection and refraction conditions”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, **41**:17 (2018), 8115–8135.
- [17] И. В. Прохоров, “Задача Коши для уравнения переноса излучения с френелевскими и ламбертовскими условиями сопряжения”, *Матем. заметки*, **105**:1 (2019), 95–107.
- [18] М. А. Пенкин, А. С. Крылов, А. В. Хвостиков, “Гибридный метод подавления осцилляций Гиббса на изображениях магнитно-резонансной томографии”, *Программирование*, 2021, № 3, 64–72.

*Kovalenko E. O.*<sup>1</sup>, *Prokhorov I. V.*<sup>1</sup> On one extrapolation algorithm for improving the quality of sonar images of the seabed. *Far Eastern Mathematical Journal*. 2023. V. 23. No 2. P. 211–221.

<sup>1</sup> Institute of Applied Mathematics Far Eastern Branch Russian Academy of Sciences, Russia

#### ABSTRACT

The issues of improving the quality of sonar images of the seabed according to measurements of a side-view sonar equipped with several antennas with different widths of the radiation pattern are considered. In the framework of a mathematical model describing the process of pulse sensing in a half-space with diffuse reflection conditions at the boundary, an extrapolation method for suppressing the blurriness of images of the bottom scattering coefficient is proposed. The results of numerical simulations are presented, and the limitations and prospects of applying the extrapolation approach are indicated.

*Key words: radiation transfer equation, inverse problem, bottom scattering coefficient, side-scan sonar, seabed images, extrapolation.*