

УДК 519.65
MSC2010 97M50

© В. Г. Назаров¹

Некоторые оценки ошибок в задачах радиографии сплошной среды

Рассматривается задача радиографии сплошной среды неизвестного химического состава. Среда подвергается многократному облучению потоками рентгеновского излучения на различных энергиях фотонов и измеряются плотности потоков входящего и выходящего излучения. По заданным относительным ошибкам измерений даются различные оценки абсолютной ошибки правой части системы уравнений, описывающей перенос излучения.

Ключевые слова: *радиография сплошной среды, идентификация химического состава вещества, точность вычислений.*

Введение

Задачи радиографического исследования среды интересны с точки зрения теории и имеют несомненную практическую ценность. Радиографические методы полезны в тех случаях, когда требуется выполнить неразрушающий контроль изделия или когда непосредственный доступ к объекту исследования затруднен или нежелателен. Количество научных публикаций на эту тему как российских, так и зарубежных исследователей остается высоким; среди них можно отметить [1, 2]. При этом авторы используют различные подходы к решению рассматриваемой задачи, и эти подходы могут заметно отличаться в зависимости от конкретной ситуации.

Ранее в работах [3, 4] автором рассматривались две задачи радиографии сплошной среды, которые были коротко названы задачей идентификации и задачей химии. В обеих задачах образец вещества неизвестного состава несколько раз подвергается просвечиванию потоком рентгеновского излучения. При этом каждый раз энергия излучения E_k меняется и производится измерение плотности входящего в образец и выходящего из него потока излучения. В задаче химии по этим данным необходимо указать химические элементы, входящие в состав образца, и найти их массовые доли и плотность вещества образца. В задаче идентификации эти неизвестные находить не нужно. Требуется только выяснить, отличается ли исследуемое вещество от некоторого заранее указанного вещества или нет. На первом этапе исследований обе задачи сводятся к изучению некоторой системы алгебраических уравнений,

¹ Институт прикладной математики ДВО РАН, 690041, г. Владивосток, ул. Радио, 7. Электронная почта: naz@iam.dvo.ru

линейных относительно произведений неизвестных величин. Решения обеих задач ощутимо зависят от ошибок измерения входящего и выходящего излучения. В данной работе изучается вопрос влияния этих ошибок на правую часть системы уравнений. При этом, с одной стороны, желательно, чтобы оценка этой ошибки была по возможности наиболее точной, поскольку завышение оценки ошибки приведет к ухудшению результатов. В задаче идентификации такое завышение может привести к тому, что некоторые пары веществ станут неразличимыми. С другой стороны, желательно, чтобы функциональное выражение, оценивающее ошибку сверху, было простым и позволяло получить удобный для практики критерий. В задаче идентификации это критерий различимости двух разных веществ. По этой причине в данной работе приводятся две различные оценки ошибки правой части уравнений и довольно подробно изучается поведение разницы между ними при изменении относительных ошибок измерения входящего и выходящего излучения. В этом состоит новизна данной работы.

1. Предварительные замечания

Сформулируем вкратце общую математическую постановку задач радиографии, останавливаясь только на нужных нам аспектах. Более подробное изложение вопроса можно найти в работах [3, 4].

Мы считаем, что исследуемый образец G_0 неизвестного вещества X_0 является однородным по химическому составу и что все химические элементы, входящие в состав X_0 , присутствуют в некотором заранее заданном перечне элементов X_1, X_2, \dots, X_N , который нам известен. Образец G_0 имеет толщину $l=1$ и подвергается облучению потоком фотонов, коллимированным как по направлению, так и по энергии и идущим вдоль некоторой фиксированной прямой. В ходе каждого измерительного эксперимента все фотоны имеют некоторую энергию E_k ; $k=1, 2, \dots, N$ из фиксированного (дискретного) набора энергий излучения

$$0.1 \text{ МэВ} = E_1 < E_2 < \dots < E_N = 20 \text{ МэВ}.$$

Пусть $h_k = h(E_k)$ — плотность потока излучения, входящего в G_0 , $H_k = H(E_k)$ — плотность потока излучения, выходящего из G_0 , для энергии E_k ; $k=1, 2, \dots, N$; $\mu_{0k} = \mu_0(E_k)$ — коэффициент ослабления излучения для вещества X_0 , $\mu_{xik} = \mu_{xik}(E_k)$ — коэффициенты ослабления излучения для X_1, X_2, \dots, X_N , ρ_0 — плотность вещества X_0 , ρ_{xi} — плотность X_i , w_i — массовая доля элемента X_i , входящего в состав вещества X_0 . С учетом физики процесса переноса излучения считаем, что всегда $h_k, H_k, \mu_{0k}, \mu_{xik}, \rho_0, \rho_{xi} > 0$; $w_i \geq 0$; $k, i=1, 2, \dots, N$. Проведя просвечивание образца G_0 на N различных энергиях, мы получим следующую систему уравнений и условий:

$$\sum_{i=1}^N \frac{\mu_{xik}}{\rho_{xi}} \cdot (l\rho_0 w_i) = \ln \frac{h_k}{H_k}; \quad k=1, \dots, N, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad w_i \geq 0; \quad i=1, \dots, N.$$

Перепишем (1) в виде $Ax = b$, или

$$\sum_{i=1}^N A_{ki}x_i = b_k; \quad k = 1, \dots, N, \quad (2)$$

где $A_{ki} = \mu_{xik}/\rho_{xi} = \mu_{xi}(E_k)/\rho_{xi}$; $x_i = l\rho_0 w_i$; $b_k = \ln(h_k/H_k)$. Будем рассматривать (2) как систему линейных алгебраических уравнений, в которой A и b известны, а x — неизвестный вектор, $x^T = (l\rho_0 w_1, \dots, l\rho_0 w_N)$.

2. Оценка абсолютной ошибки правой части системы (2)

Пусть далее $h_{Tk} = h(E_k)$ и $H_{Tk} = H(E_k)$ — точные значения плотности потока излучения, входящего и выходящего из G_0 , а $h_k = h_{Tk} + \delta h_k$ и $H_k = H_{Tk} + \delta H_k$ — эти же значения, измеренные с некоторой ошибкой, $b_{Tk} = \ln(h_{Tk}/H_{Tk})$, $b_k = \ln(h_k/H_k)$ — соответствующие им значения правых частей системы (2) и $b_k = b_{Tk} + \delta b_k$. Пусть a_h и a_H — максимальные относительные ошибки измерения входящего и выходящего излучений, которые допускают измерительные приборы; тогда можно написать следующее:

$$h_k = h_{Tk} + \delta h_k, \quad H_k = H_{Tk} + \delta H_k, \quad (3)$$

$$\frac{|\delta h_k|}{h_{Tk}} = \frac{|h_k - h_{Tk}|}{h_{Tk}} \leq a_h, \quad (3)$$

$$\frac{|\delta H_k|}{H_{Tk}} = \frac{|H_k - H_{Tk}|}{H_{Tk}} \leq a_H, \quad (4)$$

$$b_k = b_{Tk} + \delta b_k. \quad (5)$$

Считаем, что измерительные приборы обладают достаточно хорошей точностью, так что всегда $0 \leq a_h < 1$, $0 \leq a_H < 1$. При большой оптической толщине образца G_0 или сильном рассеянии может происходить сильное ослабление излучения (в тысячи раз). Это может вызвать необходимость использовать различные измерительные приборы для нахождения h_k и H_k , поэтому величины a_h и a_H будем считать в общем случае различными: $a_h \neq a_H$. Из формулы (3) получим неравенство $\left| \frac{h_k}{h_{Tk}} - 1 \right| \leq a_h$, откуда $-a_h \leq \frac{h_k}{h_{Tk}} - 1 \leq a_h$, или $(1 - a_h) \leq \frac{h_k}{h_{Tk}} \leq (1 + a_h)$. Аналогично из (4) $(1 - a_H) \leq \frac{H_k}{H_{Tk}} \leq (1 + a_H)$, откуда

$$h_{Tk}(1 - a_h) \leq h_k \leq h_{Tk}(1 + a_h), \quad (6)$$

$$H_{Tk}(1 - a_H) \leq H_k \leq H_{Tk}(1 + a_H). \quad (7)$$

Из (5) получим

$$|\delta b_k| = |b_{Tk} - b_k| = \left| \ln \frac{h_{Tk}}{H_{Tk}} - \ln \frac{h_k}{H_k} \right| = \left| \ln \frac{h_{Tk}H_k}{H_{Tk}h_k} \right| = \left| \ln \frac{H_k/H_{Tk}}{h_k/h_{Tk}} \right|. \quad (8)$$

Оценим выражение (8), для чего при фиксированном k найдем супремум и инфимум выражения $\frac{h_{Tk}H_k}{H_{Tk}h_k}$ по всем возможным ошибкам $\delta h_k, \delta H_k$ (при условии, что в

(3) и (4) равенства обязательно достигаются при некоторых δh_k и δH_k . Из (6) и (7) получим

$$\begin{aligned} \sup_{\delta h_k, \delta H_k} \left(\frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} \right) &= \frac{h_{Tk}}{H_{Tk}} \sup_{\delta h_k, \delta H_k} \left(\frac{H_k}{h_k} \right) = \frac{h_{Tk}}{H_{Tk}} \sup_{\delta H_k} H_k / \inf_{\delta h_k} h_k \leq \\ &\leq \frac{h_{Tk}}{H_{Tk}} \frac{H_{Tk}(1+a_H)}{h_{Tk}(1-a_h)} = \frac{(1+a_H)}{(1-a_h)} = \beta^+ \geq 1, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \inf_{\delta h_k, \delta H_k} \left(\frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} \right) &= \frac{h_{Tk}}{H_{Tk}} \inf_{\delta h_k, \delta H_k} \left(\frac{H_k}{h_k} \right) = \frac{h_{Tk}}{H_{Tk}} \inf_{\delta H_k} H_k / \sup_{\delta h_k} h_k \geq \\ &\geq \frac{h_{Tk}}{H_{Tk}} \frac{H_{Tk}(1-a_H)}{h_{Tk}(1+a_h)} = \frac{(1-a_H)}{(1+a_h)} = \beta^- \leq 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (8), (9), (10) следует

$$|\delta b_k| = \left| \ln \frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} \right| \leq \max\{\ln \beta^+, -\ln \beta^-\}. \quad (11)$$

Утверждение 1. Пусть $x \in [1, +\infty)$, $y \in (0, 1]$, тогда

a) $\max\{\ln x, -\ln y\} = \begin{cases} \ln x & \text{при } 1/x \leq y \leq 1, \\ -\ln y & \text{при } 0 < y \leq 1/x, \end{cases}$

b) $\ln x \leq (x-1)$,

c) $|\ln y| = -\ln y \leq (1-y)/y$,

d) пусть $0 \leq a_h < 1$, $0 \leq a_H < 1$, β^+, β^- — ранее введенные величины и

$$x = \beta^+ = \frac{(1+a_H)}{(1-a_h)} \geq 1, \quad y = \beta^- = \frac{(1-a_H)}{(1+a_h)} \leq 1.$$

Тогда $1/x \leq y$ тогда и только тогда, когда $a_h \geq a_H$; $1/x \geq y$ тогда и только тогда, когда $a_h \leq a_H$.

Доказательство. а) Равенства $\ln x = -\ln y$ или $\ln x + \ln y = \ln(xy) = 0$ выполняются тогда и только тогда, когда $xy = 1$ или $y = 1/x$. Из этого с учетом того, что функция $\ln t$ монотонно возрастает, следуют неравенства в а) - см. рис. 1.

б) Поскольку производная $(\ln t)'$ функции $\ln t$ монотонно убывает и $\ln 1 = 0$, то при $x > 1$ имеем $(\ln t)'|_{t=1} = 1 > \frac{\ln x}{(x-1)}$, откуда и следует б).

с) Аналогично доказательству в пункте б). При $y < 1$ имеем $(\ln t)'|_{t=y} > \frac{1}{y} > \frac{|\ln y|}{(1-y)}$, откуда и следует с).

д) Пусть $1/x \leq y$, тогда $\frac{(1-a_h)}{(1+a_H)} \leq \frac{(1-a_H)}{(1+a_h)}$, что эквивалентно неравенству $(1-a_h^2) \leq (1-a_H^2)$ или неравенству $a_h^2 \geq a_H^2$, или $a_h \geq a_H$. Последнее утверждение в пункте d) доказывается аналогично предыдущему утверждению. \square

Утверждение 2. В условиях и обозначениях утверждения 1 справедливо следующее.

а) Если $a_h \geq a_H$, то

$$|\delta b_k| = \left| \ln \frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} \right| \leq \ln x \leq (x-1) = \frac{a_h + a_H}{(1-a_h)} \leq \frac{2a_h}{(1-a_h)}. \quad (12)$$

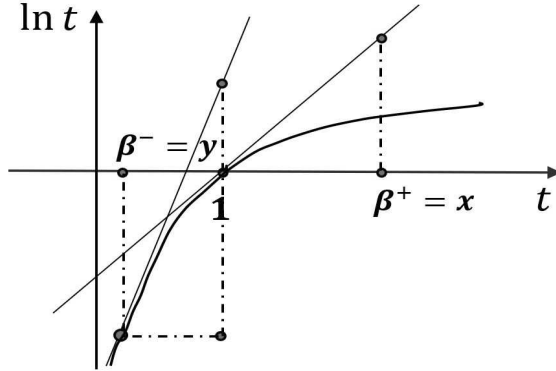


Рис. 1. График функции $\ln t$ и положение точек $x = \beta^+$ и $y = \beta^-$.

b) Если $a_h \leq a_H$, то

$$|\delta b_k| = \left| \ln \frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} \right| \leq -\ln y \leq \frac{(1-y)}{y} = \frac{a_h + a_H}{(1-a_H)} \leq \frac{2a_H}{(1-a_H)}. \quad (13)$$

Доказательство. Пункты утверждения следуют из формулы (11) и утверждения 1. \square

Для нахождения величины b_k нам нужно измерить потоки излучения h_k и H_k ; рассмотрим следующие возможные при этом варианты.

1) Если случится так, что $\delta H_k = a_H H_{Tk}$ и $\delta h_k = -a_H h_{Tk}$, то выполнится равенство $\frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} = \frac{(1+a_H)}{(1-a_h)} = \beta^+$ (см. (9)) и при $a_h \geq a_H$ мы получим

$$\begin{aligned} |\delta b_k| &= \left| \ln \frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} \right| = \ln x = \ln \beta^+ = \ln \frac{(1+a_H)}{(1-a_h)} = \\ &= \ln \left[1 + \frac{a_h + a_H}{1-a_h} \right] \leq \frac{a_h + a_H}{1-a_h}. \end{aligned} \quad (14)$$

2) Если случится так, что $\delta H_k = -a_H H_{Tk}$ и $\delta h_k = a_h h_{Tk}$, то выполнится равенство $\frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} = \frac{(1-a_H)}{(1+a_h)} = \beta^-$ (см. (10)) и при $a_h \leq a_H$ мы получим

$$\begin{aligned} |\delta b_k| &= \left| \ln \frac{h_{Tk} H_k}{H_{Tk} h_k} \right| = -\ln y = -\ln \beta^- = \ln \frac{(1+a_h)}{(1-a_H)} = \\ &= \ln \left[1 + \frac{a_h + a_H}{1-a_H} \right] \leq \frac{a_h + a_H}{1-a_H}. \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, в случаях 1) и 2) первые нестрогие неравенства в (9), (10), (12), (13) переходят в равенства.

Пусть независимые переменные x_1 и x_2 соответствуют a_h и a_H , так что $0 \leq x_1 < 1$, $0 \leq x_2 < 1$; K — «квадрат» на плоскости, определенный соотношениями

$$K = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 | 0 \leq x_1 < 1; 0 \leq x_2 < 1\}.$$

Выберем число ε так, чтобы $0 \leq \varepsilon < 1$, и рассмотрим множества $K_{1,\varepsilon}$, $K_{2,\varepsilon}$ и $K_\varepsilon = K_{1,\varepsilon} \cup K_{2,\varepsilon}$.

Множество $K_{1,\varepsilon}$ есть треугольник, ограниченный прямой $x_1 = x_2$, прямой $x_2 = 0$ и прямой, проходящей через точки $(\varepsilon, \varepsilon)$ и $(1, -1)$. Оно используется при изучении случая $a_h \geq a_H$ и соответствует формулам (12) и (14).

Множество $K_{2,\varepsilon}$ есть треугольник, ограниченный прямой $x_1 = x_2$, прямой $x_1 = 0$ и прямой, проходящей через точки $(\varepsilon, \varepsilon)$ и $(-1, 1)$. Мы будем использовать его при рассмотрении случая $a_h \leq a_H$, который соответствует формулам (13) и (15). На рис. 2 представлен большой квадрат, образованный отрезками прямых $x_1 = -1$, $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_2 = 1$. Множество K есть часть большого квадрата, и точки множества K интерпретируются как всевозможные пары допустимых значений (a_h, a_H) . Дальней-

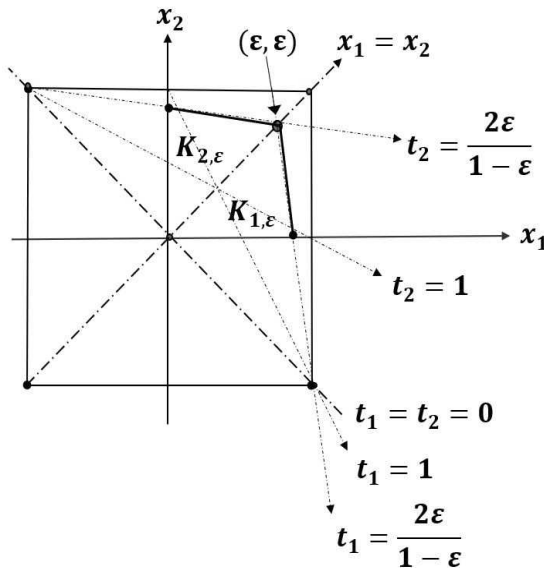


Рис. 2. Квадрат K и его подмножество $K_\varepsilon = K_{1,\varepsilon} \cup K_{2,\varepsilon}$.

шее рассмотрение начнем с более громоздкой функции, дающей грубую оценку $|\delta b_k|$ в формуле (14). Пусть сначала $a_h \geq a_H$ и $0 \leq a_H \leq a_h \leq \varepsilon < 1$. Выясним, как устроены множества постоянных значений функции

$$f_1(x_1, x_2) = \frac{x_1 + x_2}{1 - x_1} - \ln \left[1 + \frac{x_1 + x_2}{1 - x_1} \right]$$

на $K_{1,\varepsilon}$ и где она принимает экстремальные значения. Обозначим $\frac{x_1 + x_2}{1 - x_1} = t_1$. Нетрудно увидеть, что на множестве $K_{1,\varepsilon}$ величина t_1 принимает все возможные значения из промежутка $[0, 2\varepsilon/(1 - \varepsilon)]$. Равенство

$$x_1 + x_2 = t_1(1 - x_1), \quad t_1 \in [0, 2\varepsilon/(1 - \varepsilon)] \tag{16}$$

определяет семейство прямых $\{P_1(t_1)\}$ в \mathbb{R}^2 , и все эти прямые проходят через точку $(1, -1)$. Это семейство удобно представить в виде

$$x_2 = -(t_1 + 1)x_1 + t_1, \quad t_1 \in [0, 2\varepsilon/(1 - \varepsilon)].$$

На рис. 2 пунктиром показаны несколько прямых этого семейства и соответствующие им значения t_1 . Ясно, что через каждую точку множества $K_{1,\varepsilon}$ проходит одна и только одна прямая семейства (16), и в каждой точке (x_1, x_2) множества $K_{1,\varepsilon} \cap P_1(t_1)$ функция $f_1(x_1, x_2) = t_1$. Таким образом, определена функция $\zeta_1: [0, 2\varepsilon/(1 - \varepsilon)] \rightarrow [0, +\infty)$ формулой

$$\zeta_1(t_1) = t_1 - \ln(1 + t_1).$$

$\zeta_1(0) = 0$, строго монотонно возрастает и стремится к $+\infty$ в точке $2\varepsilon/(1 - \varepsilon)$, когда $\varepsilon \rightarrow (1 - 0)$.

Пусть теперь $a_h \leq a_H$, $0 \leq a_h \leq a_H \leq \varepsilon < 1$. На множестве $K_{2,\varepsilon}$ рассмотрим функцию

$$f_2(x_1, x_2) = \frac{x_1 + x_2}{1 - x_2} - \ln \left[1 + \frac{x_1 + x_2}{1 - x_2} \right],$$

соответствующую $|\delta b_k|$ в формуле (15). Несложно увидеть, что для любой точки $(x_1, x_2) \in K_{2,\varepsilon}$ точка $(x_2, x_1) \in K_{1,\varepsilon}$ и $f_2(x_1, x_2) = f_1(x_2, x_1)$, поэтому, обозначив $\frac{x_1 + x_2}{1 - x_2} = t_2$ и повторив предыдущие рассуждения, мы получим «зеркальные» результаты. При этом равенство

$$x_1 + x_2 = t_2(1 - x_2), \quad t_2 \in [0, 2\varepsilon/(1 - \varepsilon)]$$

определяет семейство прямых $\{P_2(t_2)\}$ в \mathbb{R}^2 , и все эти прямые проходят через точку $(-1, 1)$. На рис. 2 пунктиром показаны несколько прямых этого семейства и соответствующие им значения t_2 . Функция $\zeta_2: [0, \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}] \rightarrow [0, +\infty)$ определяется формулой $\zeta_2(t_2) = t_2 - \ln(1 + t_2)$ и, в сущности, совпадает с ζ_1 , поскольку при $t_1 = t_2$ мы имеем $\zeta_1(t_1) = \zeta_2(t_2)$. Объединяя области определения $K_{1,\varepsilon}$ и $K_{2,\varepsilon}$ функций f_1 и f_2 , мы получим функцию $f: K_\varepsilon \rightarrow [0, +\infty)$, определенную формулой $f(x_1, x_2) = f_1(x_1, x_2)$ при $(x_1, x_2) \in K_{1,\varepsilon}$ и $f(x_1, x_2) = f_2(x_1, x_2)$ при $(x_1, x_2) \in K_{2,\varepsilon}$. На рис. 2 объединение двух жирных отрезков, принадлежащих множеству $K_\varepsilon = K_{1,\varepsilon} \cup K_{2,\varepsilon}$, есть множество, в каждой точке которого f принимает свое максимальное (на K_ε) значение $f(\varepsilon, \varepsilon) = \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon} - \ln \left[1 + \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon} \right]$. Ясно, что при $\varepsilon \rightarrow 0$, $f(\varepsilon, \varepsilon) \rightarrow +0$. Таким образом, построив график функции $f(\varepsilon, \varepsilon)$ на промежутке $[0, 1)$, можно достаточно просто для себя определить, когда вместо оценки $|\delta b_k| \leq \ln \left[1 + \frac{a_h + a_H}{1 - a_H} \right]$ недопустимо пользоваться оценкой $|\delta b_k| \leq \frac{a_h + a_H}{1 - a_H}$.

Заключение

Ранее в работах [3, 4] при изучении задачи нахождения химического состава неизвестной среды и задачи идентификации неизвестного вещества для упрощения расчетов предполагалось, что основной вклад в ошибки правой части системы уравнений (2) вносят ошибки измерения выходящего излучения. Таким образом предполагалось, что $a_h = 0$, $a_H > 0$, и далее проводились численные расчеты для некоторых

конкретных веществ. Теперь мы имеем возможность учитывать вклад в ошибку двух независимых параметров: a_h и a_H , причем учитывать их совместное влияние на различные оценки $|\delta b_k|$ можно с помощью функции одной переменной $f(\varepsilon, \varepsilon)$. В дальнейшем предполагается расширить базу данных о веществах, которой располагает автор, за счёт использования информации из источников [5, 6] и выполнить расчеты с использованием полученных в данной работе формул.

Список литературы

- [1] Sergei Osipov, Sergei Chakhlov, Andrey Batranin, Oleg Osipov, Van Bak Trinh, Yuriy Kytmanov, “Theoretical study of a simplified implementation model of a dual-energy technique for computed tomography”, *NDT and E International*, **98**, (2018), 63–69.
- [2] S. P. Osipov, V. A. Udod, Yanzhao Wang, “Identification of Materials in X-Ray Inspections of Objects by the Dual-Energy Method”, *Russian Journal of Nondestructive Testing*, **53** (8), (2017), 568–587.
- [3] В. Г. Назаров, “Задача частичной идентификации неизвестного вещества”, *Дальневосточный математический журнал*, **19**:1, (2019), 43–62.
- [4] В. Г. Назаров, “Метод сингулярного разложения матрицы в задаче нахождения химического состава среды”, *Сибирские электронные математические известия*, **14**, (2017), 821–837.
- [5] M. J. Berger, J. H. Hubbell, S. M. Seltzer, J. Chang, J. S. Coursey, R. Sukumar, D. S. Zucker, “XCOM: Photon Cross Section Database. National Institute of Standards and Technology. Gaithersburg. MD.”, 2005, <http://www.physics.nist.gov/xcom>.
- [6] А. И. Волков, И. В. Жарский, *Большой химический справочник*, Современная школа, Минск, 2005.

Поступила в редакцию
24 мая 2020 г.

Работа выполнена в рамках государственного задания № 075–01095–20–00 при финансовой поддержке РФФИ (проект 20–01–00173).

Nazarov V.G. Some estimations of errors at problem of continuous medium radiography. *Far Eastern Mathematical Journal*. 2020. V. 20. No 1. P. 82–89.

ABSTRACT

The paper deals with a problem of radiography of a continuous medium of unknown chemical composition. The medium is subjected to multiple X-raying at different energy levels. The relative errors at incoming and outgoing radiation are assumed to be known. The paper advances some estimations of absolute errors at the right side of system of equations describing the process of radiation transfer.

Key words: *radiography of a continuous medium, identification the chemical composition of a substance, calculation accuracy.*