

© И. П. Яровенко¹

Исследование применимости диффузионного приближения для уравнения переноса излучения с учетом комптоновского рассеяния

Работа посвящена анализу применимости диффузионного приближения для полихроматического уравнения переноса излучения в случае, когда среди видов взаимодействия излучения со средой преобладает комптоновское рассеяние. На ряде аналитических и численных примеров показано, как согласуется решение диффузионного уравнения с усредненным по направлениям решением уравнения переноса излучения.

Ключевые слова: *теория переноса излучения, диффузионное приближение, комптоновское рассеяние.*

1. Введение

Процесс переноса фотонов в сплошной среде сопровождается рядом физических эффектов, интенсивность которых и относительный вклад в общую картину взаимодействия излучения с веществом зависит как от энергии излучения, так и от самого вещества. Однако в большинстве прикладных задач (таких как рентгеновская томография, расчет защиты реакторов и т.д.) используются диапазоны энергии, где среди всех видов взаимодействия излучения с веществом преобладает комптоновское рассеяние. Данный эффект представляет собой процесс некогерентного (с потерей энергии) рассеяния квантов на свободном электроне. При этом разность величин, обратно пропорциональных энергиям падающего и рассеянного фотонов, зависит только от угла рассеяния θ и не зависит от свойств рассеивающего вещества и энергии падающего излучения. Эта связь выражается соотношением Комптона, имеющим вид [1]:

$$\frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\alpha} + 1 - \cos \theta. \quad (1)$$

Здесь α, α' энергии до и после рассеяния выраженные в безразмерных единицах, связанные с энергией в электрон-вольтах соотношением $\alpha = E_0/E$, где E_0 – энергия покоя электрона. Одной из распространенных моделей взаимодействия излучения с веществом является диффузионное уравнение, решение которого трактуется как усредненная по направлениям плотность потока фотонов в точке. Диффузионные приближения широко используются в теоретических исследованиях и прикладных задачах теории переноса излучения для оценки количественных характеристик потока фотонов. Теория применения диффузионных уравнений развита преимущественно в моноэнергетическом случае.

Данная работа посвящена исследованию диффузионного приближения для полихроматического уравнения переноса излучения в случае преобладания (среди остальных видов

¹Институт прикладной математики ДВО РАН, 690041, Владивосток, ул. Радио, 7. Электронная почта: yarovenko@iam.dvo.ru

взаимодействия излучения с веществом) некогерентного комптоновского рассеяния и продолжает исследования автора, начатые в [2].

В работе на ряде численных и аналитических примеров проводится сравнение решения уравнения диффузии с усредненным решением интегро-дифференциального уравнения переноса излучения. Данное уравнение считается наиболее точной математической моделью процесса взаимодействия излучения с веществом. В связи с тем, что уравнение переноса излучения не имеет аналитического решения даже в случае простых областей, для его решения применяется метод Монте-Карло. Несмотря на то, что предложенное диффузионное приближение является грубым, результаты проведенных численных расчетов демонстрируют перспективность и целесообразность дальнейших теоретических исследований в этом направлении.

2. Диффузионное приближение для уравнения переноса излучения с комптоновским рассеянием

Будем считать, что процесс переноса излучения рассматривается в некоторой области G и что фотоны в процессе взаимодействия излучения с веществом могут рассеиваться только по закону Комптона. Последнее предположение приводит к тому, что при переходе (в результате рассеяния) фотона с характеристиками (ω, α) в фотон с характеристиками (ω', α') эти переменные связаны соотношением Комптона, которое может быть записано следующим образом:

$$\alpha' = g(\omega \cdot \omega', \alpha), \quad g(\omega \cdot \omega', \alpha) = \frac{\alpha}{1 - \alpha(1 - \omega \cdot \omega')}, \quad (2)$$

где $\omega \cdot \omega'$ означает скалярное произведение векторов ω и ω' , описывающих направления распространения фотона до и после рассеяния соответственно. Переменная ω изменяется на единичной сфере Ω , а переменная ω' принадлежит подмножеству единичной сферы $\Omega_{\omega, \alpha} = \{\omega' : \omega' \in \Omega, \omega \cdot \omega' \geq 1 - 1/\alpha + 1/\bar{\alpha}\}$, и верны неравенства: $\alpha \leq g(\omega \cdot \omega', \alpha) \leq \bar{\alpha}$, где $\bar{\alpha}$ – максимальная энергия излучения, испускаемая источниками.

Уравнение переноса в этом случае будет иметь вид [3]:

$$\omega \cdot \nabla_r f(r, \omega, \alpha) + \mu(r, \alpha) f(r, \omega, \alpha) = \int_{\Omega_{\omega, \alpha}} k(r, \omega, \omega', \alpha) f(r, \omega', g(\omega \cdot \omega', \alpha)) d\omega' + J(r, \omega, \alpha). \quad (3)$$

Здесь $f(r, \omega, \alpha)$ – плотность потока излучения в точке $r \in G$, распространяющегося в направлении $\omega \in \Omega$ и имеющего энергию $\alpha \in [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$; $\mu(r, \alpha)$ – коэффициент полного взаимодействия излучения со средой в точке r при энергии, равной α ; $J(r, \omega, \alpha)$ – плотность внутренних источников излучения. Функция $k(r, \omega, \omega', \alpha)$ называется индикатрисой рассеяния и главная зависимость в функции k определяется сечением Кляйна–Нишины [1].

Согласно стандартной схеме построения диффузионного приближения [5], функции $f(r, \omega, \alpha)$ и $J(r, \omega, \alpha)$ раскладываются в ряды Фурье по полной системе сферических функций и в разложении ограничиваются лишь нулевым и первым членами, что приводит к следующим приближениям для решения и функции источников:

$$f(r, \omega, \alpha) \approx f_0(r, \alpha) + \omega \cdot f_1(r, \alpha), \quad J(r, \omega, \alpha) \approx J_0(r, \alpha) + \omega \cdot J_1(r, \alpha). \quad (4)$$

Далее для определения $f_0(r, \alpha)$ подставим приближения (4) в уравнение переноса (3):

$$\begin{aligned} \omega \cdot \nabla_r (f_0(r, \alpha) + \omega \cdot f_1(r, \alpha)) + \mu(r, \alpha)(f_0(r, \alpha) + \omega \cdot f_1(r, \alpha)) = \\ = \int_{\Omega_{\omega, \alpha}} k(r, \omega, \omega', \alpha) \left(f_0(r, g(\omega \cdot \omega', \alpha)) + \omega' \cdot f_1(r, g(\omega \cdot \omega', \alpha)) \right) d\omega' + \\ + J_0(r, \alpha) + \omega \cdot J_1(r, \alpha). \end{aligned} \quad (5)$$

Будем считать, что фотоны рассеиваются преимущественно на малые углы, так, что $\omega \cdot \omega' \sim 1$. Раскладывая под интегралом функции f_0 и f_1 в ряд Тейлора по переменной α и ограничиваясь в разложениях лишь первыми членами, получаем

$$\begin{aligned} \omega \cdot \nabla_r (f_0(r, \alpha) + \omega \cdot f_1(r, \alpha)) + \mu(r, \alpha)(f_0(r, \alpha) + \omega \cdot f_1(r, \alpha)) = \\ = \mu_s^*(r, \alpha) f_0(r, \alpha) + \bar{\nu}(r, \alpha) \omega \cdot f_1(r, \alpha) + J_0(r, \alpha) + \omega \cdot J_1(r, \alpha). \end{aligned} \quad (6)$$

В последнем соотношении использованы следующие обозначения:

$$\mu_s^*(r, \alpha) = \int_{\Omega_{\omega, \alpha}} k(r, \omega, \omega', \alpha, \alpha') d\omega', \quad \bar{\nu}(r, \alpha) = \int_{\Omega_{\omega, \alpha}} (\omega \cdot \omega') k(r, \omega, \omega', \alpha, \alpha') d\omega'. \quad (7)$$

Функция $\bar{\nu}(r, \alpha)$ обычно называется фактором анизотропии и представляет собой средний косинус угла рассеяния в точке r на энергии, равной α . Величина $\mu_s^*(r, \alpha)$ называется двойственным коэффициентом рассеяния [4]. Ее отношение к коэффициенту ослабления показывает какая часть фотонов в точке r с первоначальной энергией $\alpha' \in [\alpha, \bar{\alpha}]$ в результате комптоновского рассеяния на различные углы приобретет энергию α .

Проинтегрировав равенство (6) по ω , приходим к следующему уравнению:

$$\frac{1}{3} \operatorname{div}_r f_1(r, \alpha) + (\mu(r, \alpha) - \mu_s^*(r, \alpha)) f_0(r, \alpha) = J_0(r, \alpha). \quad (8)$$

Умножая равенство (6) скалярно на ω и интегрируя его, приходим к еще одному уравнению, которое связывает величины f_0 и f_1 :

$$\nabla_r f_0(r, \alpha) + (\mu(r, \alpha) - \bar{\nu}(r, \alpha)) f_1(r, \alpha) = J_1(r, \alpha). \quad (9)$$

Из (8) и (9) вытекает следующее уравнение для величины $f_0(r, \alpha)$:

$$-\operatorname{div}_r \left[D(r, \alpha) \nabla_r f_0(r, \alpha) \right] + \mu_a^*(r, \alpha) f_0(r, \alpha) = \tilde{J}(r, \alpha). \quad (10)$$

Здесь $D(r, \alpha) = \left(3(\mu(r, \alpha) - \bar{\nu}(r, \alpha)) \right)^{-1}$, $\mu_a^*(r, \alpha) = \mu(r, \alpha) - \mu_s^*(r, \alpha)$, $\tilde{J}(r, \alpha) = J_0(r, \alpha) + \operatorname{div}_r \left[D(r, \alpha) J_1(r, \alpha) \right]$. Данное уравнение будет объектом нашего дальнейшего исследования. Несложно заметить, что по своей форме оно совпадает с уравнением, которое соответствует традиционному диффузионному приближению в моноэнергетическом случае [5]. Основным отличием является появление в нем коэффициента $\mu_a^*(r, \alpha)$ взамен $\mu_a(r, \alpha)$. Величина $\mu_a^*(r, \alpha)$ называется двойственным коэффициентом поглощения [4]. Несмотря на то, что уравнение (10) содержит энергетическую переменную α только как параметр, наличие коэффициента $\mu_a^*(r, \alpha)$ позволяет учитывать перераспределение энергии за счет комптоновского рассеяния. Необходимо заметить, что данная функция зависит не только от самой среды, но и от максимальной энергии источников излучения.

3. Сравнение диффузионного приближения с уравнением переноса излучения

Нашей дальнейшей целью будет сравнить решение уравнения (3) с решением уравнения диффузии. Везде далее усредненное решение уравнения переноса излучения будем обозначать через f_0 , а решение уравнения диффузии через u_0 .

Во всех экспериментах будем рассматривать распределение плотности потока фотонов в однородной среде, создаваемое следующим источником:

$$J(r, \omega, \alpha) = \begin{cases} \delta(r), & \alpha \leq \bar{\alpha} \\ 0, & \alpha > \bar{\alpha} \end{cases}. \quad (11)$$

Данное допущение позволяет получить следующее аналитическое выражение для решения уравнения диффузии [6]:

$$u_0(r, \alpha) = \frac{\exp\left\{-\sqrt{\mu_a^*(\alpha)/D(\alpha)}|r|\right\}}{4\pi D(\alpha)|r|}, \quad \alpha \leq \bar{\alpha}. \quad (12)$$

Уравнение переноса излучения, напротив, не имеет аналитического решения даже в таком простом случае. По этой причине, в дальнейших экспериментах для нахождения решения уравнения переноса использовался метод Монте-Карло. Алгоритм состоял из следующих пунктов:

1. *Розыгрыш первоначального направления движения фотона.* Направление ω , в котором полетит фотон выбирается равномерно на сфере.

2. *Розыгрыш свободного пробега фотона в веществе.* Учитывая экспоненциальный закон уменьшения интенсивности потока фотонов с расстоянием, получаем следующую формулу для розыгрыша длины свободного пробега в веществе t [7]:

$$t = -\ln(1 - \chi)/\mu(\alpha).$$

Здесь и далее по тексту символом χ будем обозначать независимую реализацию случайной величины, равномерно распределенной в диапазоне $[0,1]$.

3. *Розыгрыш взаимодействия фотона с веществом.* Для определения типа взаимодействия излучения с веществом вычисляются вероятности поглощения фотона и рассеяния по Комптону:

$$P_a = \mu_a(\alpha)/\mu(\alpha), \quad P_c = 1 - P_a,$$

где μ_a – коэффициент поглощения. Если $\chi < P_a$ то фотон поглотился, и такая траектория дальше не отслеживается. Если $\chi > P_a$, то фотон рассеется, и необходимо определить новое направление и энергию фотона.

4. *Рассеяние фотона по Комптону.* Значение α' энергии рассеянного фотона определяется из уравнения

$$\int_{\alpha}^{\alpha'} \frac{d\sigma_C}{d\alpha} d\alpha \left(\int_{\alpha}^{\alpha_{\min}} \frac{d\sigma_C}{d\alpha} d\alpha \right)^{-1} = \chi,$$

где χ – независимая реализация случайной величины, равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, $\alpha_{\min} = \alpha/(1 + 2\alpha)$ – минимальная энергия, которую может приобрести фотон в результате рассеяния, $d\sigma_C/d\alpha$ – дифференциальное сечение комптоновского рассеяния в интервал энергий от α до $\alpha + d\alpha$, определяемое сечением Кляйна–Нишины [1]. Решение последнего уравнения – трудоемкий процесс. Для сокращения времени вычислений, в расчетах использовалась заранее насчитанная двумерная таблица, содержащая решения

указанного уравнения с заданной точностью на равномерных сетках по α и χ . В промежуточных точках применялась линейная интерполяция.

Найденное значение энергии рассеянного фотона позволяет определить косинус угла рассеяния:

$$\nu = 1 + 1/\alpha - 1/\alpha',$$

зная который нетрудно найти новое направление движения фотона [7].

5. *Оценка усредненного решения уравнения переноса излучения.* Пусть в результате трассировки p фотонов с энергией в интервале $(\alpha, \alpha + \Delta\alpha]$ попали в некоторую заданную окрестность интересующей нас точки r , тогда оценка функции f_0 в данной точке на уровне энергии α будет иметь вид

$$f_0(r, \alpha) \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p \frac{J(\alpha_i)}{\Delta\alpha\Delta r},$$

где Δr – объем окрестности точки r , α_i – начальная энергия фотона (до взаимодействия со средой).

Данный алгоритм был реализован в виде компьютерной программы, которая использовалась в дальнейших экспериментах. Во всех расчетах моделировалось 10^{11} траекторий и отслеживалось до 20 актов взаимодействия излучения со средой. Данные о сечениях взаимодействия излучения с веществом взяты из таблиц Хабла–Зельтцера [8]. Для генерации случайных чисел, равномерно распределенных в диапазоне $[0,1]$, использовался датчик, описанный в статье [9].

Моделирование потери энергии фотонов. При комптоновском рассеянии фотоны теряют энергию, так, что всегда справедливо неравенство $\alpha < \alpha'$ (исключение составляет лишь случай рассеяния вперед, когда $\alpha = \alpha'$). В связи с этим представляет интерес вопрос, насколько быстро происходит эта потеря энергии в конкретной ситуации и как диффузионное приближение отражает этот факт. Для ответа на данный вопрос, найдем равновесный спектр [10], создаваемый точечным источником (11). Для этого необходимо численно проинтегрировать решение уравнения (3) по всему пространству и по всем углам. Интегрирование по всему пространству выражения (12) приводит к выражению для равновесного спектра в диффузионном приближении

$$\begin{aligned} u_0(\alpha) &= \frac{1}{4\pi D(\alpha)} \int_{R^3} \frac{\exp\left\{-\sqrt{\mu_a^*(\alpha)/D(\alpha)}|r|\right\}}{|r|} dr = \\ &= \frac{1}{4\pi D(\alpha)} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin^2(\phi) d\phi \int_0^{\infty} \rho \exp\left\{-\sqrt{\mu_a^*(\alpha)/D(\alpha)}\rho\right\} d\rho = \frac{1}{\mu_a^*(\alpha)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Заметим, что при значении энергии, совпадающем с максимальной энергией источника излучения, величины $u_0(\bar{\alpha})$ и $f_0(\bar{\alpha})$ будут совпадать. Действительно, пусть $\alpha = \bar{\alpha}$, тогда интеграл столкновений в уравнении (3) обратится в нуль вследствие вырождения области интегрирования $\Omega_{\omega, \alpha}$. Данное обстоятельство связано с тем фактом, что при комптоновском рассеянии энергия фотонов может только уменьшиться, поэтому плотность потока излучения на максимальной энергии удовлетворяет уравнению переноса в случае отсутствия интеграла столкновений (фотоны, претерпевшие рассеяние, перейдут на другие уровни энергии). Учитывая этот факт, решение уравнения переноса (3) для энергии $\alpha = \bar{\alpha}$ можно записать в явном виде :

$$f(r, \omega, \bar{\alpha}) = \int_0^{\infty} \exp\left\{-\int_0^t \mu(r - \omega t, \bar{\alpha}) dt\right\} J(r - \omega t, \omega, \bar{\alpha}) dt. \quad (14)$$

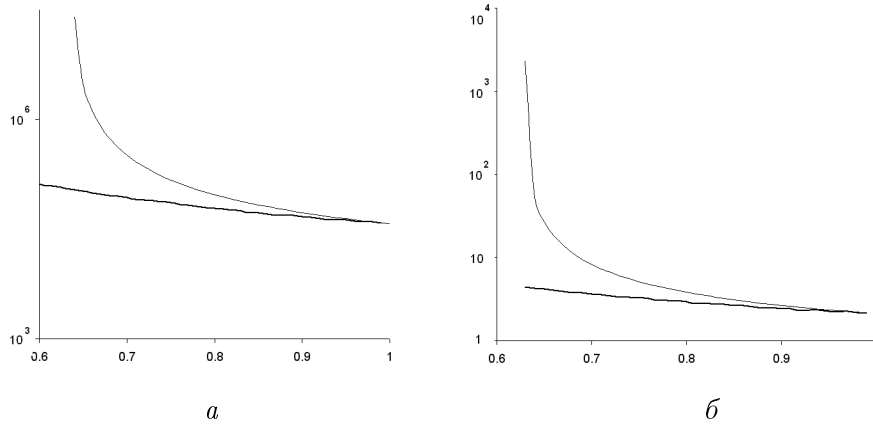


Рис. 1. Сравнение поведения равновесных спектров для уравнения переноса (толстая линия) и уравнения диффузии (тонкая линия): *a* – для кислорода; *б* – для железа.

Интегрируя последнее выражение по переменным $r \in R^3$, $\omega \in \Omega$, учитывая постоянство коэффициента ослабления μ , вид источника излучения (11) и тот факт, что $\Omega \times [0, \infty) = R^3$, после несложных преобразований, с учетом (13), приходим к следующему равенству:

$$u_0(\bar{\alpha}) = f_0(\bar{\alpha}) = \frac{1}{\mu(\bar{\alpha})}. \quad (15)$$

Таким образом, логично ожидать, что для значений энергии, близких к $\bar{\alpha}$, должно наблюдаться согласование между поведением усредненного решения уравнения переноса излучения и его диффузионным приближением. Для проверки данной гипотезы численно был найден равновесный спектр для уравнения переноса излучения для различных химических элементов, который сравнивался с соответствующим спектром, рассчитанным по формуле (13). Результаты расчетов показали, что для значений энергии, близких к максимальному уровню энергии источника излучения, наблюдается согласование между сравниваемыми величинами. Однако при уменьшении энергии разность между ними быстро растет. Причем чем больше атомный номер элемента, тем быстрее растет ошибка приближения, которая для тяжелых элементов при уменьшении энергии в два раза может достигать нескольких порядков. Графики сравнения поведения равновесных спектров для кислорода и железа приведены на рис.1.

Моделирование распределения фотонов в пространстве. Нашей дальнейшей целью будет выяснить, как согласуется поведение решения уравнения переноса и его диффузионного приближения по пространственной переменной. Как показали эксперименты, проведенные ранее, диффузионное приближение хорошо работает лишь для значений энергии близких к максимальному значению энергии источника излучения. В связи с этим рассмотрим поведение решения уравнения (3) по пространственной переменной в случае когда энергия $\alpha = \bar{\alpha}$.

Как было замечено выше, в этом случае решение уравнения переноса излучения имеет явный вид (14). Интегрируя его по переменной $\omega \in \Omega$, приходим к следующему выражению для усредненного решения уравнения переноса излучения:

$$f_0(r, \bar{\alpha}) = \frac{\exp\{-\mu(\bar{\alpha})|r|\}}{|r|^2}. \quad (16)$$

Далее, подставляя в (12) $\alpha = \bar{\alpha}$ и учитывая, что в силу определения $\mu_s^*(\bar{\alpha}) = 0$, $\bar{\nu}(\bar{\alpha}) = 0$,

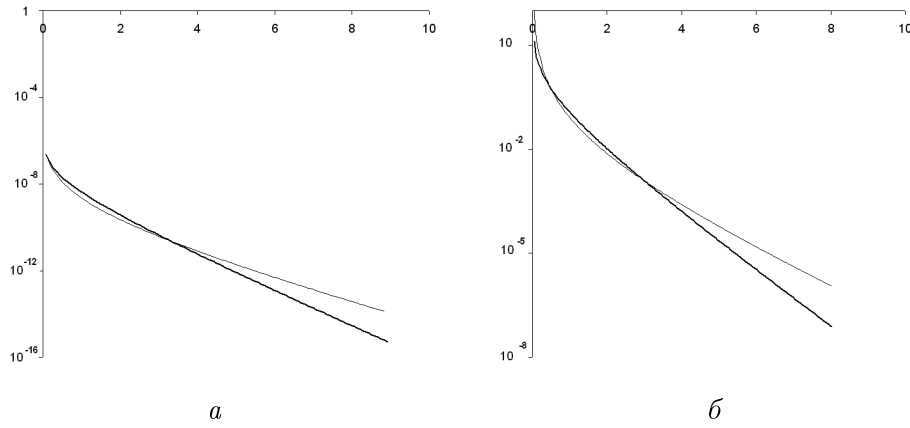


Рис. 2. Поведение величин f_0 (толстая линия) и u_0 (тонкая линия) по пространственной переменной при максимальной энергии излучения: *a* – для кислорода; *б* – для свинца.

получаем следующее выражение для решения диффузионного уравнения:

$$u_0(r, \bar{\alpha}) = \frac{3\mu(\bar{\alpha}) \exp\{-\sqrt{3}\mu(\bar{\alpha})|r|\}}{4\pi|r|}. \quad (17)$$

Из (16) и (17) видно качественное различие сравниваемых величин. Посмотрим, как они будут вести себя для конкретных химических элементов. Для сравнения вместо пространственной переменной удобно воспользоваться безразмерной величиной $\tau = \mu(\bar{\alpha})|r|$, физический смысл которой – это количество свободных пробегов в веществе, которые может совершить фотон имеющий энергию равную $\bar{\alpha}$. Несмотря на существенные различия выражений (16) и (17), данные величины оказались близки для всех химических элементов на удалении 2 - 5 свободных пробегов от источника излучения. При удалении от источника излучения более, чем на 5 свободных пробегов, разница между сравниваемыми величинами быстро растет, причем скорость роста тем выше, чем больше атомный номер химического элемента. На рис. 2 приведены графики поведения решений уравнения переноса излучения и диффузионного приближения при максимальной энергии для кислорода (рис. 2а) и для свинца (рис. 2б). Численные эксперименты для значений энергии равных 0.95 Мэв и 0.9 Мэв привели к результатам, которые оказались аналогичными приведенным выше. Графики сравнения решений уравнения переноса излучения и диффузионного приближения при энергии, равной 0.9 Мэв приведены на рис. 3.

4. Заключение

Проведенное исследование показывает, что уравнение диффузии (10) может быть использовано для приближенного описания изменения интенсивности излучения в результате комптоновского рассеяния. Расчеты, проведенные для точечного источника излучения, дали наилучшее приближение для энергий, близких к максимальной энергии источника излучения, и для расстояний порядка 2–5 свободных пробегов от источника излучения. Данные ограничения, очевидно, возникают из-за условия малости угла рассеяния, выполнение которого, требуется при выводе диффузионного приближения. С целью преодоления указанного условия, одно из направлений исследования заключается в описании комптоновского рассеяния при помощи уравнения переноса излучения в форме, приведенной в [1]. Данное уравнение содержит в интеграле столкновений δ -функцию Дирака, выражающую

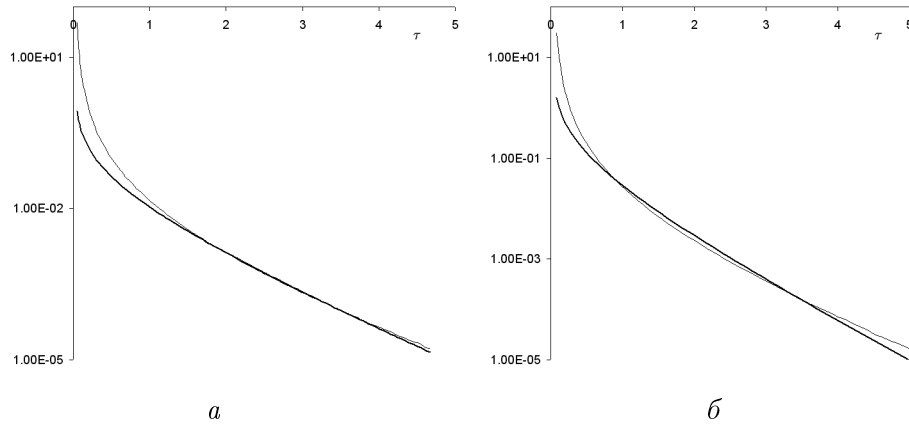


Рис. 3. Поведение величин f_0 (толстая линия) и u_0 (тонкая линия) по пространственной переменной на энергии 0.9 Мэв: a – для железа; b – для свинца.

закон Комптона. Возможно, разложение δ -функции в ряд Фурье и последующее построение диффузионного приближения поможет обойти указанное выше ограничение. Стоит также помнить, что при рассмотрении процесса переноса излучения в ограниченных областях, к уравнению (10) добавятся граничные условия. Выбор граничных условий также влияет на качество приближения и представляет собой самостоятельное направление для исследований.

Список литературы

- [1] У. Фано, Л. Спенсер, М. Бергер, *Перенос гамма излучения*, Госатомиздат, М., 1963.
- [2] И.П. Яровенко, “О диффузионном приближении для уравнения переноса излучения с учетом комptonовского рассеяния”, *Дальневосточный мат. журнал*,, **9**:1-2, (2009), 209-218.
- [3] Д.С. Аниконов, Д.С. Коновалова, “Краевая задача для уравнения переноса с чисто комptonовским рассеянием”, *Сибирский математический журнал*, **46**:1, (2005), 3-16.
- [4] D.S. Anikonov, V.G. Nazarov, I.V. Prokhorov, *Poorly Visible Media in X-Ray Tomography*, VSP, Utrecht-Boston, 2002.
- [5] A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Academic Press, New York, 1978.
- [6] А.Д. Полянин, *Справочник по линейным уравнениям математической физики*, ФИЗМАТЛИТ, М., 2001.
- [7] И.М. Соболев, *Численные методы Монте-Карло*, Наука, М., 1973.
- [8] J.H. Hubbell, S.M. Seltzer, *Tables of X-Ray Mass Attenuation Coefficients and Mass Energy-Absorption Coefficients 1 Kev to 20 Mev for Elements Z = 1 to 92 and 48 Additional Substances of Dosimetric Interest*, Preprint National Institute of Standard and Technology, Gaithersburg, 1995.
- [9] P. L'Ecuyer, S. Cote, “Implementing a Random Number Package with Splitting Facilities”, *ACM Trans. on Math. Software*, **17**:1, (1991), 98-111.
- [10] В.С. Галишев, В.И. Огиевецкий, А.Н. Орлов, “Теория многократного рассеяния гамма-лучей”, *Успехи физических наук*, **51**:2, (1957), 161-214.

Представлено в Дальневосточный математический журнал 25 октября 2010 г.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 09-01-98521) и Конкурсного проекта ДВО РАН (проект 10-III-B-01M-006)

Yarovenko I. P. The analyze of the applicability of diffusion approximation for the radiation transfer equation with account of Compton scattering. Far Eastern Mathematical Journal. 2011. V. 11. № 1. P. 99–107.

ABSTRACT

This paper deals with diffusion approximation for the radiation transfer equation which takes into account Compton scattering on electrons. An analytical and a numerical examples are used to compare the solution of radiation transfer equation with it's diffusion approximation.

Key words: *radiation transfer theory, diffusion approximation, Compton scattering.*